

# 単位立体を追加することによる一様ブロック積みを剛にする手法

## A Methodology of Making Uniform Space Filling Rigid by Adding Unit Solid

○小林 祐貴\*<sup>1</sup>  
Yuki Kobayashi\*<sup>1</sup>

\*<sup>1</sup> 大阪市立大学大学院 工学研究科 講師 博士 (工学)  
Lecturer, Graduate School of Engineering, Osaka City University, Dr. Eng.

キーワード：図形科学; 形態生成; 折畳み

Keywords: Graphic science; Form generation; Folding.

### 1. はじめに

平坦に折り畳むことができ、部分的に動かすことで全体の形状が変化する立体は展開構造物として有用である。そのような立体を考えるために、本稿で扱う立体の面同士はヒンジで接続されており、各面はヒンジ周りに回転できることとする。また、立体の動きが元の立体の合同変換のみであるとき、その立体は剛であるとし、合同変換以外の動きがある立体は柔軟であるとする。

ねじれ正多面体と呼ばれる Coxeter<sup>1)</sup>が発見した3つの立体には、立方体で構成される立体がある (Figure 1)。このねじれ正多面体は柔軟な立体で、平坦に折り畳むことができる。筆者らはこれまでに立方体で構成されたねじれ正多面体に、一つの立方体を追加するだけで、全体を剛な立体にする方法を明らかにした<sup>4)</sup>。

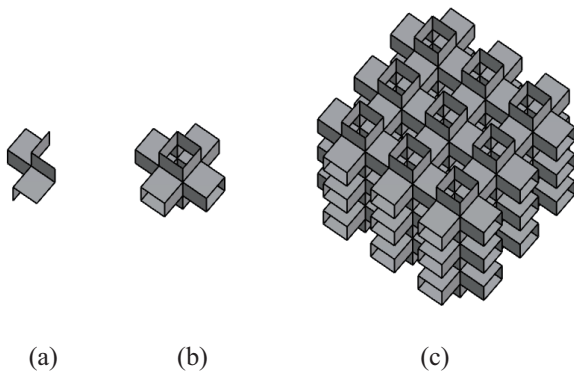


Figure 1. Regular skew polyhedra.

2種類以上の正多角形が各頂点まわりに同じ状態で集まる多面体を半正多面体と呼び<sup>3)</sup>、正多面体あるいは半正多面体が各頂点まわりに同じ状態で集まる空間充填立体を一様ブロック積みと呼ぶ。一様ブロック積みは28種類存在し、Overveldeら<sup>2)</sup>は一様ブロック積みを構成する立体同士を離して再配置し、さらに各辺から面を立ち上げるこ

とによって立体同士をつなぐことで新たな立体を構成することを提案した。本稿ではこれらの立体を構成する単位とさらに、このようにして出来る立体のうち、12種類の立体 (Figure 2) が柔軟であることを述べている。このとき、立方体に関しては各辺から立ち上げる面の長さを立方体の1辺と同じ長さにするだけで、ねじれ正多面体と同じ立体となる。

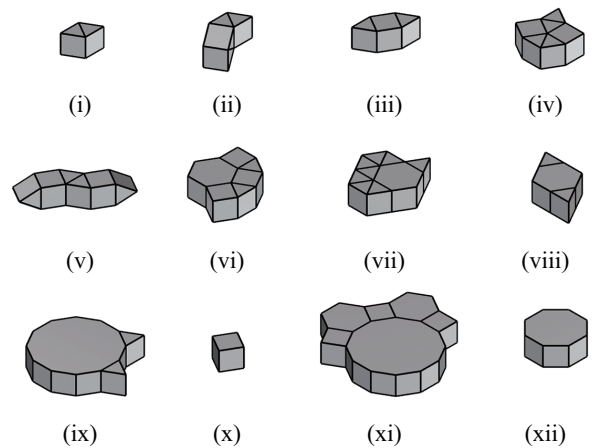


Figure 2. The unit solids.

これまでに奈良<sup>5)</sup>は、一様ブロック積みの一つである切頂八面体の空間充填立体から特定の面を取り除くことで、平坦に折り畳み可能な立体を提案し、筆者らは、その立体を剛にする方法を検討した。

本稿では、柔軟な一様ブロック積みに基づく立体を、単位立体を追加することにより剛にする手法を検討する。

### 2. 準備

整数  $n \geq 3$  としたとき、以下の3つの操作を定義する。ここで、操作2、操作3は文献<sup>4)</sup>の操作を一般化した操作である。

**操作 1 (Add 1-panel).** 剛体に対して、1 枚のパネルを追加し、2 箇所のヒンジで接続する。

**操作 2 (Add 2-panel).** 剛体に対して、互いにヒンジによってつながれた 2 枚のパネルを追加する (Figure 3 (a))。

**操作 3 (Add n-panel).** 剛体に対して、互いにヒンジによってつながれた n 枚のパネルを追加する (Figure 3 (b))。

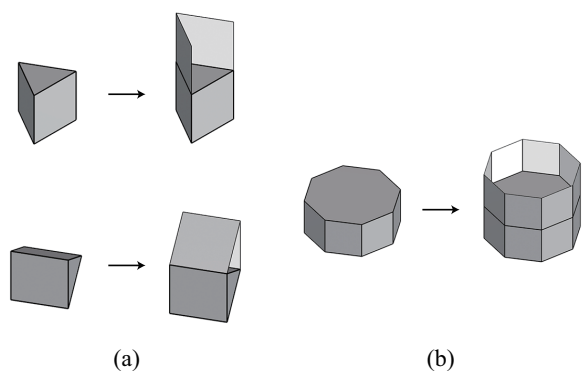


Figure 3. (a) Operation 1. (b) Operation 2.

このとき、以下の補題を示すことができる。

**補題 1** 剛な立体に対して、操作 1、2、3 のいずれの操作を行った場合においても、操作後の立体もまた剛である。

### 3. 柔軟な一様ブロック積みを剛にすることについて

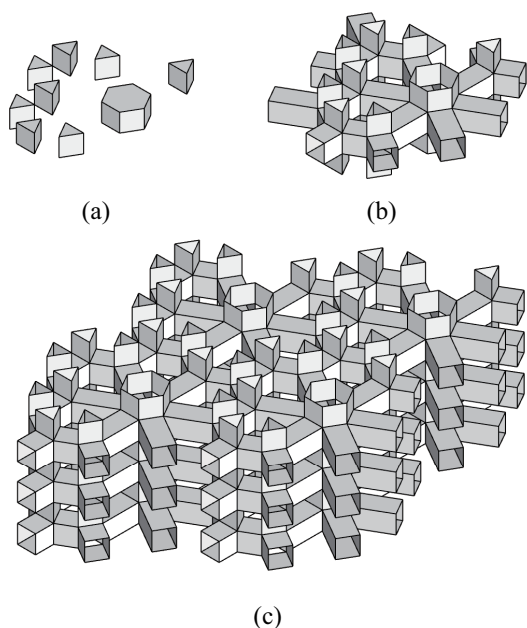


Figure 4. The Flexible solid based on the unit of Figure 2(vii).

一様ブロック積みを定義した 3 つの操作によって構築できることを確認した。したがって、一つの剛な立体を適切な場所に追加することによって、剛な立体とすることができる。図 2 柔軟な立体となる単位立体は、図 2(ii)、(v) を除き、高さが等しい多角柱のみで構成されている。単位立体が高さの等しい多角柱のみの場合は、文献<sup>4)</sup>と同様に剛な立体となることを示すことができる。一方で、図 2(ii)、(v) には回転した三角柱が単位立体に含まれているため注意が必要である。

ここでは高さが等しい多角柱のみで構成されていて、構成要素が最も多い図 2(vii) の場合と、2 種類の回転した三角柱が含まれる図 2(ii) の場合について示す。

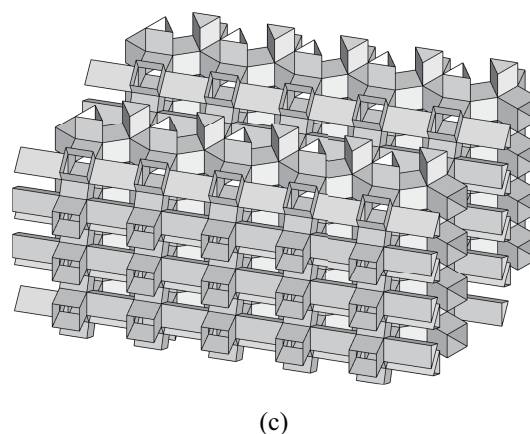
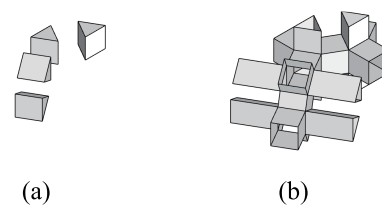


Figure 5. The Flexible solid based on the unit of Figure 2(ii).

#### 3.1 高さが等しい多角柱のみで構成された立体の場合

図 2(vii) を単位とする一様ブロック積みに基づいた立体 (Figure 4(c)) を構築する操作列を示す (Figure 6)。

##### 操作列 1 (Figure 6)

- (i) 六角柱に対して操作 3 を行う。
- (ii) 操作 2 を行う。
- (iii) 操作 2 を行う。
- (iv) 操作 3 を行う。
- (v) 操作 1、操作 2 を行う。
- (vi) 操作 2 を行う。
- (vii) 操作 1 を行う。
- (viii) 操作 3 を行う。
- (ix) 操作 1、操作 2 を行う。

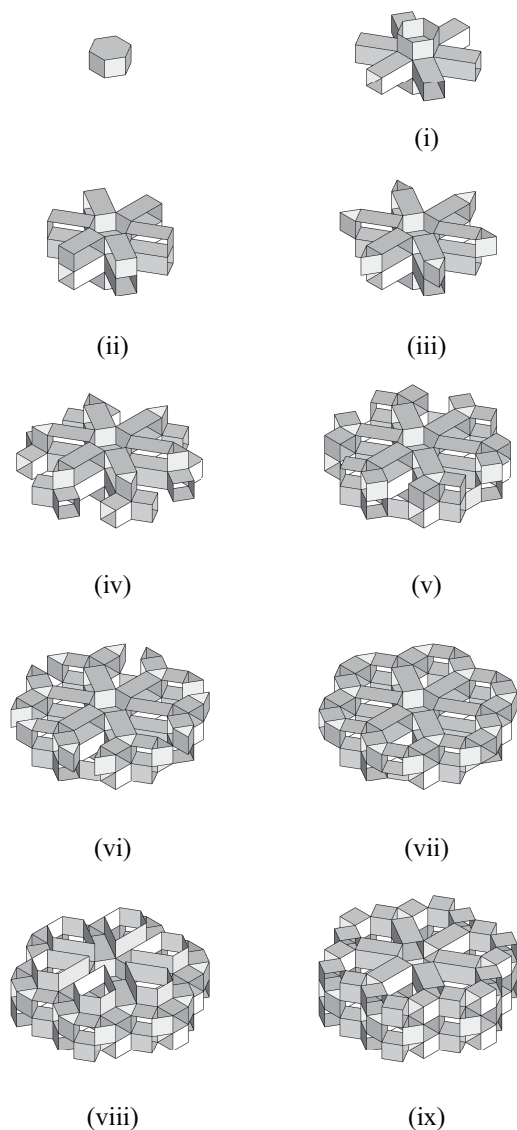


Figure 6. Sequence of operations 1.

操作列 1 により、六角柱に隣接する三角柱を構築することができる。操作列 1 を繰り返し適用することで図 4 (c) を剛な状態で構築することができ、したがって図 4 (c) に対して一つの六角柱を追加することで、全体を剛にすることができる。

### 3.2 回転した三角柱が含まれる場合

4 種類の方向の三角柱 (Figure 2 (ii)) を単位とする一様ブロック積みに基づいた立体 (Figure 5 (c)) を剛な状態で構築する操作列 1、2 を示す (Figure 7)。

#### 操作列 2 (Figure 7)

- (i) 三角柱に対して操作 3 を行う。
- (ii) 操作 2 を行う。

- (iii) 操作 2 を行う。
- (iv) 操作 2 を行う。
- (v) 操作 2 を行う。
- (vi) 操作 1、操作 2 を行う。

このように操作列 2 を適用することで、同一方向の三角柱を剛な状態で構築することができる。

次に、異なる方向の三角柱についても剛に構築する操作列を考える。このとき、はじめに操作列 2 の (ii) ~ (vi) を再度適用し、三角柱を 3 つ剛な状態で構築した立体から考える。

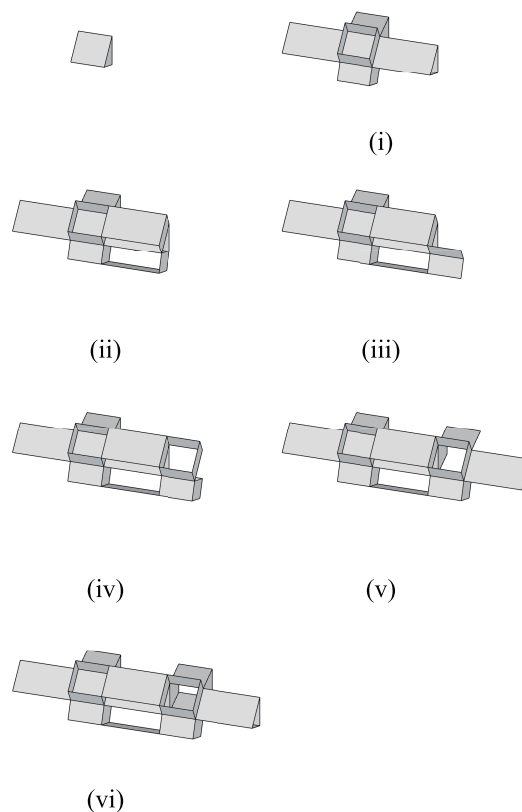


Figure 7. Sequence of operations 2.

#### 操作列 3 (Figure 8)

- (i) 三角柱を 3 つ剛な状態で構築した立体に対して、操作 3 を行う。
- (ii) 操作 2 を行う。
- (iii) 操作 2 を行う。
- (iv) 操作 2 を行う。
- (v) 操作 2 を行う。
- (vi) 操作 1、操作 2 を行う。
- (vii) 操作 1、操作 2 を行う。
- (viii) 操作 1、操作 2 を行う。
- (ix) 操作 1、操作 2 を行う。

このように、操作列3により異なる向きの三角柱も剛な状態で構築することができる。したがって、操作列2、操作列3を繰り返し適用することで、図5(c)を剛な状態で構築することができ、図5(c)に対して一つの三角柱を追加することで、全体を剛にすることができる。

また、図9は操作列2、操作列3(ii)~(v)を繰り返し適用することで構築できる立体であり、このような面状に埋め尽くした立体も考えることができる。

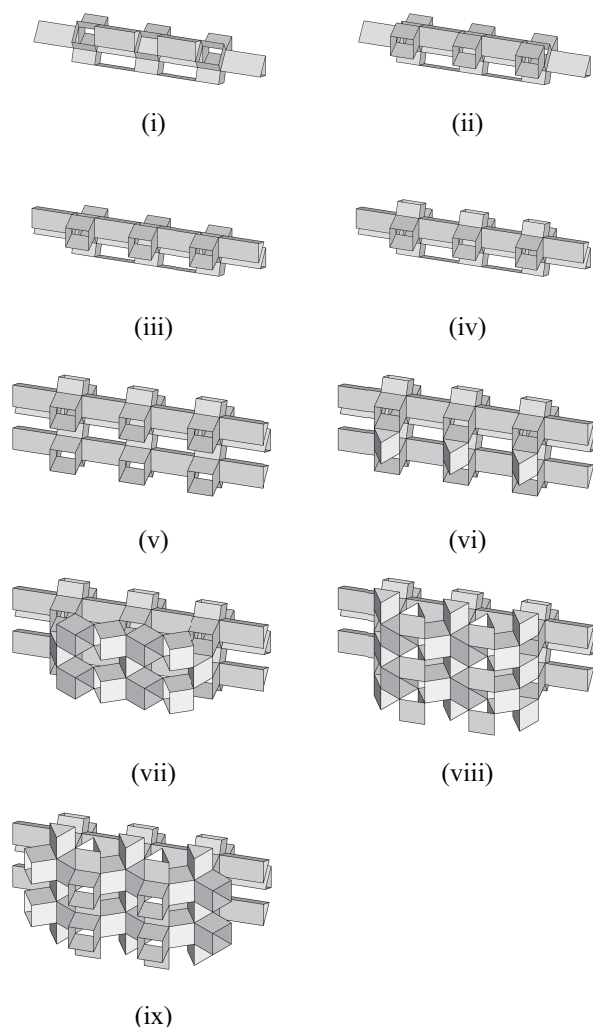


Figure 8. Sequence of operations 3.

#### 4. まとめ

本稿では、一様ブロック積みに基づく柔軟な立体を単位立体を追加することにより剛にする方法を検討した。剛な立体を一つ追加することで全体が剛になる立体を、効果的に活用する方法について今後検討していきたい。

**謝辞:** 本研究は JST、CREST JPMJCR1402、JSPS 科研費 25240004 の助成を受けたものである。

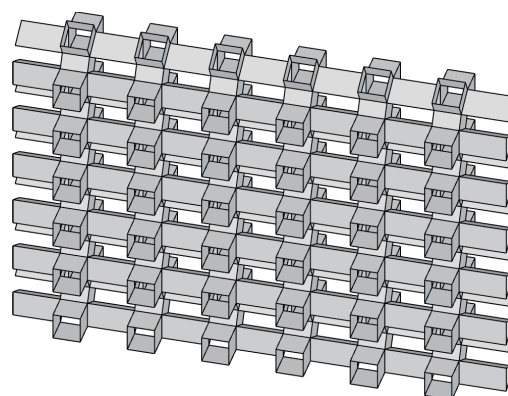


Figure 9. The example of rigid sold generated by sequence of operation 2 and 3.

#### [参考文献]

- 1) H. S. M. Coxeter: Regular skew polyhedra in three and four dimensions, and their topological analogues, Proc. London Math. Soc., 2(43):33-62, 1937. Improved reprint in: Twelve Geometric Essays, Southern Illinois University Press, Carbondale IL, 1968. Reissued as: Dover, 1999.
- 2) J. T. B. Overvelde, J. C. Weaver, C. Hoberman, and K. Bertoldi: Rational design of reconfigurable prismatic architected materials, Nature, 541:347-352, 2017.
- 3) 宮崎興二: 多面体百科, 丸善出版, 2016.
- 4) 小林祐貴, 伊藤仁一, 加藤直樹: 剛体追加による剛な panel-hinge フレームワークの生成手法, 第40回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集, 報告 H85, pp. 79-82, 2017.
- 5) 小林祐貴, 奈良知恵: 切頂八面体に基づく柔軟な空間充填立体を剛にする手法, 第41回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集, 報告 H03, pp. 75-78, 2018.