

配筋施工性を考慮した RC 空間構造物の形状最適化 Shape optimization for RC spatial structure considering rebar constructability

○木村 俊明*¹
Toshiaki Kimura*¹

*¹ 京都大学大学院工学研究科 助教 博士(工学)
Assistant professor, Graduate School of Eng., Kyoto Univ., Dr. Eng.

キーワード：空間構造，形状最適化，配筋，曲げひずみエネルギー

Keywords: Spatial structure, shape optimization, rebar arrangement, bending strain energy

1. 序

近年，計算機の急速な成長を背景に構造解析，シミュレーション技術，施工技术が高度に発展し，自由な形態が建設可能になった。近年では最適化手法を用いて鉄筋コンクリート(RC)自由曲面シェル構造物の形状決定を行った事例¹も見られる。

一般に，RC 造の部材に生じる引張力は鉄筋が負担するように設計する。応力分布に合わせた配筋設計が必要となる。アーチやドームなどの空間構造物は形態抵抗型であるため，形状と応力分布が密接に関係している。また，自由曲面シェル構造では，数多くの鉄筋を曲面に沿って曲げて配筋する必要があり，施工に過大な労力を要する。設計では構造性能と施工性を考慮する必要がある。

構造最適化は，構造物のコストや性能指標を目的関数とし，さまざまな制限を制約条件とした最適化問題を解くことにより，優れた性能を持つ設計解を求める手法である。構造性能と配筋の施工性を最適化できれば，複雑な形状を持つ構造物の設計をより容易にできると考えられる。

これまでの研究²⁾では長期荷重時に生じるひずみエネルギーの最小化を目的として，シェル形状を最適化している。これはシェル構造物において，長期荷重が支配的であることを前提としている。RC 部材の補強材の配置を最適化した研究³⁾は，位相最適化手法を用いており，対象部材の形状は最適化していない。地震時応答を考慮した形状最適化の研究⁴⁾では鉄骨ラチスシェル構造を対象としている。RC 造の空間構造物の配筋を考慮して形状最適化を行った事例は極めて少ない。

本研究では配筋施工性を考慮した RC 空間構造物の形状最適化手法を提案する。具体的には鉄筋の曲率を最小化した形状を求めることを目的として，配筋による曲げ変形のひずみエネルギー(以後，主筋の曲げひずみエネルギー)を目的関数とし，応力に関する制約条件下において最適化を行う。配筋は，軸力と曲げモーメントを考慮した弾性設計を行う。本研究では入力地震動はレベル 1，

材料は線形弾性とし，応答スペクトル法を用いる。なお，鉄筋コンクリートのひび割れ後剛性低下については考慮しない。数値解析例は幾何学的なアーチの他，長期荷重時の歪エネルギーを最小化したアーチとの比較を行い，得られる解の有効性を検証する。

2. 最適化問題

本研究ではスパン L m，高さ H m の RC 造平面アーチを検討対象とする(図 1)。アーチの部材断面は幅 b m，高さ t m の長方形断面とする。主筋は断面の縁から d_c m または d_t m の位置に配置する(図 2)。複筋比は $\gamma=1$ とする。

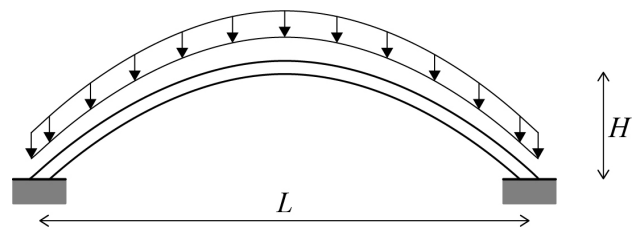


Figure 1. RC arch.

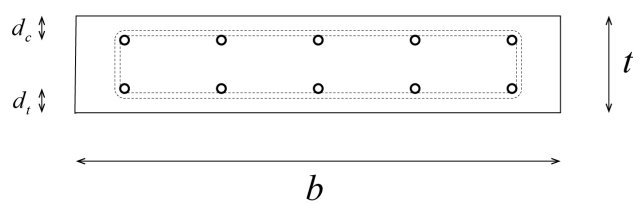


Figure 2. Cross-section of RC arch.

2.1 スプライン関数

要素数 m ，節点数 $n(=m+1)$ で離散化したアーチを s 個の制御点のスプライン関数により表現する。曲線上にある節点 j の位置を定めるパラメータを $u_j \in [0,1]$ とする。曲線上の節点座標を並べたベクトルを次のように表す。

$$\mathbf{r}_x = [x(u_1), \dots, x(u_n)]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_y = [y(u_1), \dots, y(u_n)]^T$$

s 個の制御点の x , y 座標ベクトルをそれぞれ $\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y$ とし、次式のように表す。

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_x &= [q_{x1}, \dots, q_{xs}]^T \\ \mathbf{q}_y &= [q_{y1}, \dots, q_{ys}]^T\end{aligned}\quad (2)$$

i 番目節点の r 階 B スプライン基底関数を $B_{i,r}$ とする。節点座標ベクトル $\mathbf{r}_x, \mathbf{r}_y$ は制御点座標ベクトル $\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y$ を用いて次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned}x(u_j) &= \sum_{i=1}^s q_{xi} B_{i,r}(u_j), (j=1, \dots, n) \\ y(u_j) &= \sum_{i=1}^s q_{yi} B_{i,r}(u_j), (j=1, \dots, n)\end{aligned}\quad (3)$$

2.2 配筋施工性の評価指標

本研究では配筋施工性を考慮したアーチの形状を求め、配筋による鉄筋の曲げひずみエネルギー C_s を最小化する。真直な鉄筋がアーチの形状に沿って配筋された状態を考える。 C_s を次式のように表す。

$$C_s = \frac{1}{2} EI \int_0^L \frac{1}{\rho^2} dx = \frac{1}{2} EI \int_0^L \kappa^2 dx \quad (4)$$

ここで、 E_s は主筋のヤング係数、 I_s は断面二次モーメントを表す。 κ は鉄筋の曲率である。本研究で対象とするアーチはスパンに対してせいが小さい ($t/L \ll 1$) ため、部材断面の図心位置におけるアーチの形状に沿って配筋されると仮定する。アーチの曲線の導関数を $f'(x) = dy/dx$, $f''(x) = d^2y/dx^2$ として κ を次式のように表す。

$$\kappa = \frac{f''(x)}{\{1 + f'(x)^2\}^{3/2}} \quad (5)$$

2.2. 最適化問題の定式化

前節で示した C_s を最小化する問題を考える。制御点ベクトル \mathbf{q} を設計変数とする。アーチ中央部の高さ y_c は $y_c = h$ で制約する。アーチの部材断面は軸力と曲げモーメントを考慮して検定する。要素 i ($i=1, \dots, m$) の各節点 j ($j=1, 2$) における設計軸力(長期および短期)をそれぞれ N_{ij}^L , N_{ij}^{S+} および N_{ij}^{S-} と表す。同様に許容軸力を N_{Aij}^L , N_{Aij}^{S+} および N_{Aij}^{S-} とする。最適化問題を次式のように表す。

$$\begin{aligned}\text{Minimize} \quad & f(\mathbf{q}) = C_s(\mathbf{q}) \\ & y_c(\mathbf{q}) = h \\ \text{subject to} \quad & N_{ij}^L(\mathbf{q}) / N_{Aij}^L \leq 1.0 \\ & N_{ij}^{S+}(\mathbf{q}) / N_{Aij}^{S+} \leq 1.0 \\ & N_{ij}^{S-}(\mathbf{q}) / N_{Aij}^{S-} \leq 1.0 \quad (i=1, \dots, m, j=1, 2)\end{aligned}\quad (6)$$

式(6)において、不等式制約条件の総数は $3m$ となる。ここで、各部材の検定比を集約し、制約条件の数を削減

する。各要素の検定比を並べたベクトルを $\boldsymbol{\gamma}$ とする。

$$\boldsymbol{\gamma} = [N_{11}^L / N_{A11}^L, N_{12}^L / N_{A12}^L, \dots, N_{m1}^L / N_{Am1}^L, N_{m2}^L / N_{Am2}^L, N_{11}^{S+} / N_{A11}^{S+}, \dots, N_{m2}^{S+} / N_{Am2}^{S+}, N_{11}^{S-} / N_{A11}^{S-}, \dots, N_{m2}^{S-} / N_{Am2}^{S-}]^T \quad (8)$$

$\boldsymbol{\gamma}$ の p -ノルム $\|\boldsymbol{\gamma}\|_p$ を次式のように表す。

$$\|\boldsymbol{\gamma}\|_p = \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^2 (N_{ij}^L / N_{Aij}^L)^p + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^2 (N_{ij}^{S+} / N_{Aij}^{S+})^p + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^2 (N_{ij}^{S-} / N_{Aij}^{S-})^p \right\}^{1/p} \quad (9)$$

本研究では $p=m$ とする。

式(9)を用いて最適化問題を式(10)のように書き直す。

$$\begin{aligned}\text{Minimize} \quad & f(\mathbf{q}) = C_s(\mathbf{q}) \\ \text{subject to} \quad & z_c(\mathbf{q}) = h \\ & \|\boldsymbol{\gamma}\|_p(\mathbf{q}) \leq 1.0\end{aligned}\quad (10)$$

構造解析は汎用構造解析プログラム OpenSees⁹⁾を用いる。式(5)の計算には NumPy の `gradient` を用いる。最適化問題(7)の解法は逐次二次計画法を採用し、SciPy の最適化ライブラリを用い、SLSQP を指定する。最適化の感度係数は差分近似とする。

3. 最適化結果

図 3、表 1 に示す円弧アーチを最適化する。アーチは幅 1 m の長方形断面の梁要素で離散化する。部材のせいとスパンの比率を $t/L = 1/100$ とする。コンクリートの設計基準強度は Fc30(ヤング係数 $E_c = 24419 \text{ N/mm}^2$)とする。支持条件はアーチ端点でピン支持とする。外力は単位体積重量 24 kN/m^3 の自重と 1.5 kN/m^2 の積載荷重を作用させる。水平力は、応答スペクトル法(CQC 法)にて算定した応答加速度に質量を乗じる。CQC 法では限界耐力計算法(平成 12 年建設省告示第 1457 号)にて規定された加速度応答スペクトル(レベル 1, 第 2 種地盤)を用いる(図 4)。鉄筋のヤング係数は $2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$, 鉄筋径は D13 (SD295A)とする。主筋のピッチは一律 200 mm とする。Arc-40-08 では 100 mm とする。

最適解の特徴を調べるため、長期荷重時弾性ひずみエネルギーの最小化によるアーチの形状(以後、ひずみエネルギー最小解, SMP)と比較する。

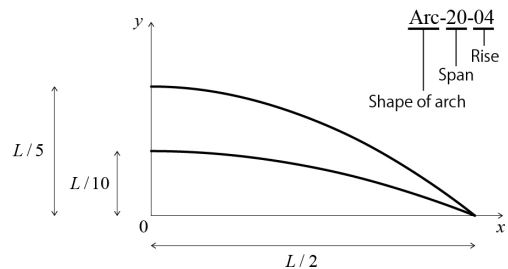


Figure 3. Initial shape of arch

Table 1. Size of numerical models (m)

	Span <i>L</i>	Rise <i>H</i>	Section height <i>t</i>
Arc-20-02	20	2	0.2
Arc-20-04		4	
Arc-40-04	40	4	0.4
Arc-40-08		8	

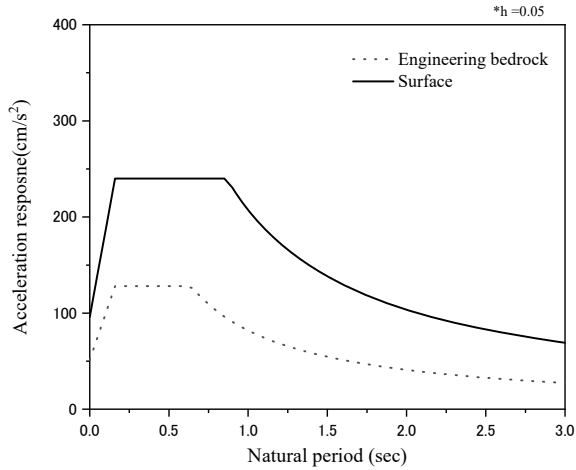


Figure 4. Design acceleration response spectrum (Soil profile type 2).

最適解の目的関数値を表 2 に示す。初期形状と比べ、最適解の目的関数値は約 20%減少している。ひずみエネルギー最小解と比較すると、Arc-20-04, Arc-40-08 では約 10%減少している。最適解のアーチの形状を図 5-8 に示す。”Min. strain energy”はひずみエネルギー最小解である。どのケースもアーチ中央部以外で曲率が減少している。Arc-20-02 および Arc-20-04 におけるアーチの曲率の分布を図 9, 10 に示す。ひずみエネルギー最小解の曲率は初期形状に近い値を示している。一方、最適解はアーチ中央部から支点に向かって曲率が減少している。アーチ形状が直線に近づくように最適化されており、初期形状やひずみエネルギー最小解と比べ、配筋しやすいアーチの形状が得られていると考えられる。

Table 2. Rebar bending strain energy of Initial model, local optimal solution of SMP and local optimal solutions of proposed method (Nm).

	A	B	C
Arc-20-02	40.7	40.1	31.8
Arc-20-04	132	119	107
Arc-40-04	20.4	20.0	16.0
Arc-40-08	132	119	109

Note. A=Initial shape; B=SMP; C=local optimal solutions of proposed method.

Table 3. Value of strain energy and Max. value of cross-section verification (Arc-20-02, Arc-20-04).

		Arc-20-02			Arc-20-04		
		A	B	C	A	B	C
Strain energy		56.1	55.8	136	31.5	18.9	74.7
Max. val. of verif.	L	0.098	0.099	0.425	0.157	0.051	0.373
	S	0.147	0.137	0.467	0.751	0.632	0.897

Note. A=Initial shape; B=SMP; C=local optimal solutions of proposed method; L=long term; S=short term.

Table 4. Value of strain energy and Max. value of cross-section verification (Arc-40-04, Arc-40-08).

		Arc-40-04			Arc-40-08		
		A	B	C	A	B	C
Strain energy		703.0	693.9	1353	391.4	234.7	482.1
Max. val. of verif.	L	0.179	0.181	0.594	0.252	0.091	0.333
	S	0.283	0.322	0.953	0.946	0.762	0.923

Note. A=Initial shape; B=SMP; C=local optimal solutions of proposed method; L=long term; S=short term.

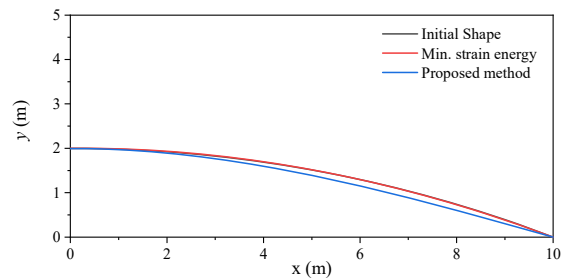


Figure 5. Optimal results of Arc-20-02.

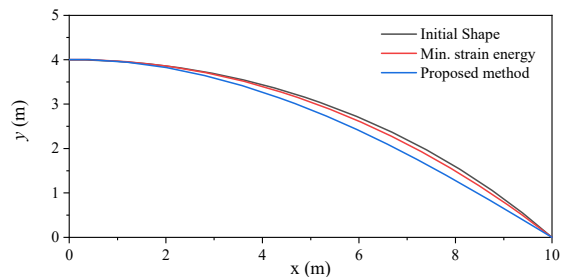


Figure 6. Optimal results of Arc-20-04.

最適解の長期荷重時ひずみエネルギーおよび最大検定値(長期・短期)を表 3, 4 に示す。最適解では長期荷重時の弾性ひずみエネルギーと最大検定値が増加している。曲率の減少に伴い、曲げモーメントで抵抗する領域が増大していると考えられる。そのため、配筋設計において安全率を適切に設定する必要がある。

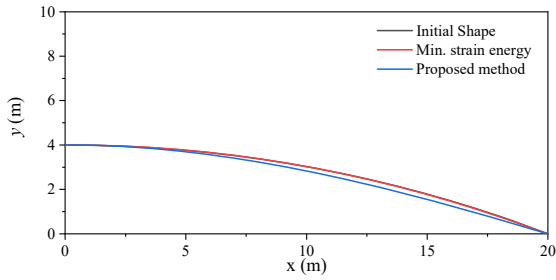


Figure 7. Optimal results of Arc-40-04.

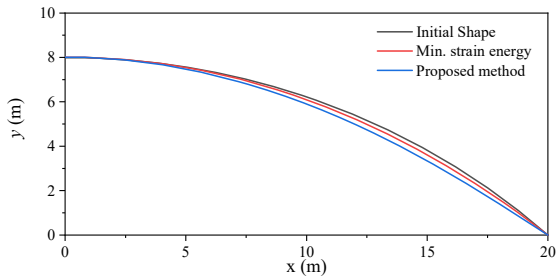


Figure 8. Optimal results of Arc-40-08.

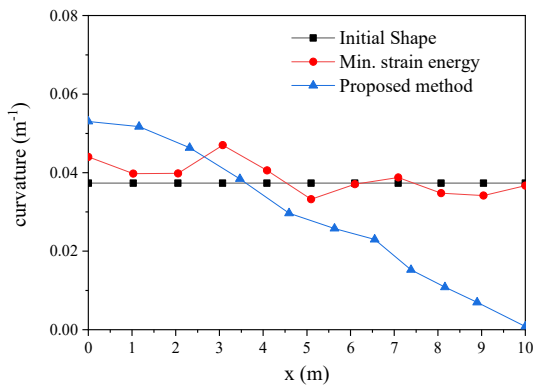


Figure 9. Comparison of Arc-20-02 with respect to curvature.

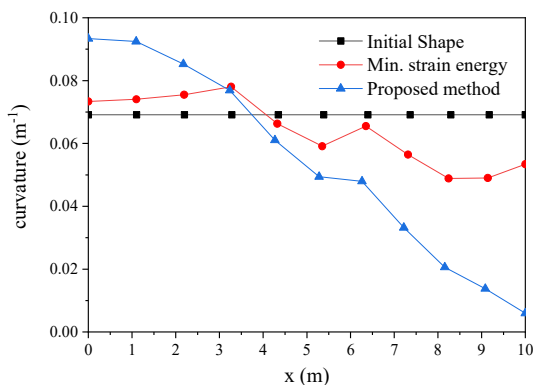


Figure 10. Comparison of Arc-20-04 with respect to curvature.

4. 結論

配筋施工性を考慮した RC 空間構造物の形状最適化手法の提案を目的として、スプライン関数の制御点座標を設計変数とし、主筋の曲げ変形によるひずみエネルギーを最小化する最適化問題を定式化した。数値解析例では円弧アーチおよび長期荷重時のひずみエネルギーが最小化されたアーチとの比較を通して手法の有効性と得られる解の特徴について考察した。

本研究で得られた結論は以下のように要約される。

- [1] 主筋の曲げ変形によるひずみエネルギーを最適化して曲率を抑えたアーチ形状を求めることができる。
- [2] p ノルムを用いて各部材の検定比を集約し、制約条件の数を削減し、許容軸力を満たす最適解を導出できる。
- [3] 最適解では初期形状より検定比が増加する。主筋の曲げ変形によるひずみエネルギーとトレードオフの関係にある。設計に際し、安全率を適切に設定する必要がある。

今後、時刻歴応答解析による検証を行い、解の精度を確認する。また、鉄筋量も考慮した最適化を行う。

謝辞

本研究は科学研究費 若手研究(B) (18K13865) の助成を受けました。ここに記して謝意を表します。

[参考文献]

- 1) 林 盛, 山崎康造, 木村俊明, 権藤智之, NURBS 曲面モデルを用いた鉄筋コンクリート造の自由曲面屋根の施工プロセスと合理化, 日本建築学会技術報告集, Vol. 25, No. 60, pp.101-106, 2019. 6
- 2) 木村俊明, 大森博司, 形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用 -自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案(その 2)-, 日本建築学会構造系論文集, No. 648, pp.367-376, 2010. 2
- 3) Oded Amir, Ole Sigmund, Reinforcement layout design for concrete structures based on continuum damage and truss topology optimization, Struct. Multidisc. Optimum. Vol.47, pp.157-174, 2013
- 4) 滝内雄二, 中澤祥二, 加藤史郎, 自由曲面ラチスシェルの地震荷重を考慮した形状探索とその地震応答性状, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.689-690, 2015. 9
- 5) Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSees), PEERC, UC Berkeley., <http://opensees.berkeley.edu/>