

可視率分布を用いた他者が見える確率の解析

Analysis of the Probability of Visibility of Others Using Visibility Distribution of the Space

安田 溪^{*1}, 三浦 研^{*2}
Kei Yasuda^{*1}, Ken Miura^{*2}

- *1 京都大学工学研究科建築学専攻 助教 修士 (工学)
Assistant Professor, Graduate School of Engineering, Kyoto University, M.Eng.
- *2 京都大学大学院工学研究科 教授 博士 (工学)
Professor, Graduate School of Engineering, Kyoto University, Dr.Eng.

Summary: There is an architectural space in which being alone and being with others are both required. There is a case where one wants to work without being seen by others and a case where one wants to meet others by chance. In the same way, in a house or a residence for the elderly, being alone and being with others are both required.

In this paper, we analyzed the probability of seeing others in a space.

First, we obtained the probability and the expected value of visibility of k persons in a space divided into rooms.

Next, we analyzed the visibility probability of k persons in a single-room space by introducing the visibility rate distribution $f(r)$. The $f(r)$ is uniquely derived from the shape of the space. In particular, we found that the probability of seeing one, two, or k persons were equal for a single person when the distribution of the visibility rate was uniform.

Future tasks include analyzing actual architectural works and developing an expression for the probability of the existence of each place in a person's space.

キーワード：可視率; isovist; 確率; 確率分布

Keywords: Visibility rate; isovist; probability; probability distribution

1. 序論

独りであることと他者といることがどちらも要求される建築空間がある。オフィス为例にとれば、他者から見られずに作業したい場合と、他者と偶然に出会いたい場合が共存している。住宅や高齢者居住施設でも同様に、独りであることと他者といることが両方とも要求される。

このような性質は、空間形状に影響されるといえる。例えば個室だけで構成された隠れ家のような空間 (Figure 1左) ならば独りであることはできるが他者と一緒にいることは少なくなる。また障害物のない眺望のある空間 (Figure 1右) ならば常に他者が見える状態であるが、他者に見られずに独りになることは少なくなる。

そこで、本報ではこのような他者といるかどうか・見えるかどうかを確立で表現し、このような他者が見える確率を解析して、空間との関係を探索することを目的とする。今回の結論を先取りすれば、空間の形状から一意に導かれる可視率が一様分布するならば、独りであることから他者が1人、2人、 \dots , k 人が見える確率は等し

くなることがわかった。

これらの解析を行っていくことによって、将来的には先に述べたような「独りであることと他者といること」を両方とも達成する空間形状かどうかを評価することや、それらの空間形状を求めることにつながるだろう。

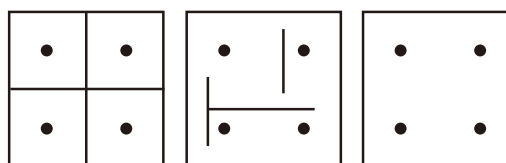


Figure 1. Refuge, middle, prospect

2. 建築空間が離散的に分かれている場合の問題

2.1 2部屋の空間に自分と他者1人がいる

Figure 2のように2部屋に分かれた空間を自分と1人の他者の合計2人で使用することを考える。部屋の名前

を左から R_1, R_2 として、自分や他者は、相手がどこにいるかどうかと独立に必ずどこかの部屋にいるとする。このとき、 R_1 にいる事象を $\{R_1\}$ のように表し、 P を確率関数とする。部屋 R_1 にいる確率を $P(\{R_1\}) = p_1$ 、部屋 R_2 にいる確率を $P(\{R_2\}) = p_2$ と表すことができる。実際の建築空間で考えると、ある部屋 R_i にいる確率 $P(\{R_i\})$ は部屋の面積の比や使い方によって決まると考えることができる。

また、自分と同じ部屋にいる他者の人数を確率変数 X で表す。今回は $X = 0$ (誰も同じ部屋にいない) もしくは $X = 1$ (他に 1 人だけ同じ部屋にいる) となる。

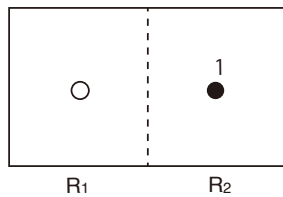


Figure 2. 2 people in 2 rooms

このとき、確率変数それぞれの確率は以下の通り。

$$P(X = 0) = p_1 \cdot p_2 + p_2 \cdot p_1 = 2p_1p_2$$

$$P(X = 1) = p_1 \cdot p_1 + p_2 \cdot p_2 = p_1^2 + p_2^2$$

この結果を用いて、例えば $P(X = 0) = P(X = 1)$ となるための p_1, p_2 を求めると、 $p_1 = p_2 = 1/2$ のときに $P(X = 0) = P(X = 1) = 1/2$ となる。

同様に $P(X = 0) : P(X = 1) = 1 : 2$ となるような p_1, p_2 を求めると、 $p_2 = 1 - p_1$ であることを用いて、以下のように求められる。

$$2 \cdot 2p_1(1 - p_1) = p_1^2 + (1 - p_1)^2$$

$$6p_1^2 - 6p_1 + 1 = 0$$

$$\therefore p_1 = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0.79, 0.21$$

このとき、 $P(X = 0) = 1/3, P(X = 1) = 2/3$ となる。また同様に、 $p_1 = 1, p_2 = 0$ のときは明らかに $P(X = 0) = 0, P(X = 1) = 1$ となる。

以上のように、このような単純な数式で表せるものであれば、求めたい「自分と同じ部屋にいる他者の人数」の分布を得られるような建築空間の使用確率を導くことができる。すなわち、この例が意味するのは次のようなことである。通常の見方としては部屋の使用確率から他者とどれぐらい一緒にいるのか・いないのかを評価することができるが、その逆問題として他者とどれぐらい一緒にいるのか・いないのかという分布から使用確率を求められるということである。

2.2 2 部屋の空間に自分と他者 n 人がいる

Figure 3 のように、前節と同様な 2 部屋に分かれた空間を、自分と n 人の他者の合計 $n + 1$ 人で使用することを考える。

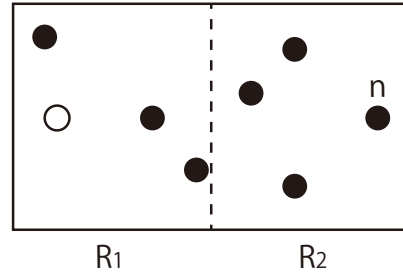


Figure 3. n people in 2 rooms

自分と同じ部屋にいる他者の人数を確率変数 X で表すと、確率変数の取りうる値は $X = k$ ($k = 0, 2, \dots, n$) である。

このとき、確率変数に対する確率は以下の通り。

$$P(X = k)$$

$$= P(\{\text{自分が } R_1 \text{ にいる}\}) \cdot P(\{\text{他者 } k \text{ 人だけが } R_1 \text{ にいる}\})$$

$$+ P(\{\text{自分が } R_2 \text{ にいる}\}) \cdot P(\{\text{他者 } k \text{ 人だけが } R_2 \text{ にいる}\})$$

$$= p_1 {}_n C_k p_1^k p_2^{n-k} + p_2 {}_n C_k p_2^k p_1^{n-k}$$

$$= {}_n C_k (p_1^{k+1} p_2^{n-k} + p_2^{k+1} p_1^{n-k})$$

これを用いて、自分と同じ部屋にいる他者の人数の期待値は以下の通り。

$$E(X) = \sum_{k=0}^n k P(X = k)$$

$$= \sum_{k=1}^n k {}_n C_k (p_1^{k+1} p_2^{n-k} + p_2^{k+1} p_1^{n-k})$$

$$= \sum_{k=1}^n k \frac{n!}{k!(n-k)!} (p_1^2 p_1^{k-1} p_2^{n-k} + p_2^2 p_2^{k-1} p_1^{n-k})$$

$$= n p_1^2 \sum_{k=1}^n k {}_{n-1} C_{k-1} p_1^{k-1} p_2^{n-k}$$

$$+ n p_2^2 \sum_{k=1}^n k {}_{n-1} C_{k-1} p_2^{k-1} p_1^{n-k} \quad (1)$$

$$= n(p_1^2 + p_2^2)$$

なお、(1)では二項定理を用いた。

したがって、 $p_1 = p_2 = 1/2$ のときに $E(X)$ は最小値 $n/2$ をとることがわかる。すなわち、2つの部屋に等しい確率で滞在するならば、 $n/2$ 人と一緒にいると解釈で

き、また自分と同じ部屋にいる人数の期待値が $n/2$ より小さくなることはない。

2.3 m 部屋の空間に自分と他者 n 人がいる

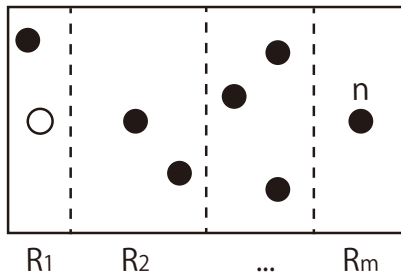


Figure 4. n people in m rooms

Figure 4のように、建築空間が m 部屋に分かれているとき、それぞれの部屋にいる確率を p_1, p_2, \dots, p_m ($\sum_{j=1}^m p_j = 1$) とする。まずは k 人が同じ部屋にいる確率を求める。

$$P(X = k) = {}_n C_k p_1^{k+1} (1 - p_1)^{n-k} + {}_n C_k p_2^{k+1} (1 - p_2)^{n-k} + \dots + {}_n C_k p_m^{k+1} (1 - p_m)^{n-k} \\ = \sum_{j=1}^m {}_n C_k p_j^{k+1} (1 - p_j)^{n-k} \quad \left(\sum_{j=1}^m p_j = 1 \right)$$

これを用いて、期待値を求める。

$$E(X) = \sum_{k=0}^n k P(X = k) \\ = \sum_{k=0}^n \left\{ k \frac{n \cdot (n-1)!}{k \cdot (k-1)! (n-k)!} \sum_{j=1}^m p_j^2 p_j^{k-1} (1 - p_j)^{n-k} \right\} \\ = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m {}_{n-1} C_{k-1} n p_j^2 p_j^{k-1} (1 - p_j)^{n-k} \\ = \sum_{j=1}^m n p_j^2 \sum_{k=1}^n {}_{n-1} C_{k-1} p_j^{k-1} (1 - p_j)^{n-k} \\ = n \sum_{j=1}^m p_j^2$$

したがって、それぞれの部屋に滞在する確率が等しく $p_j = 1/m$ のとき、

$$E(X) = n \cdot m \left(\frac{1}{m} \right)^2 = \frac{n}{m}$$

となり、これが最小値となる。例えば、3つの部屋を6

人で使用するとき、それぞれを訪れる確率が等しいときに同じ部屋にいる他者の人数の期待値が2となる。部屋を訪れる確率が等分ではないとき、同じ部屋にいる人数の期待値はより大きくなる。

3. 建築空間が連続的に変化する場合の問題

3.1 可視率分布から k 人と一緒にいる確率を算出する

前章では部屋に分かれた建築空間において、同じ部屋にいる人数を考えたが、本章では一室空間において見える人数を考える。

空間の面積に対して、空間のある地点から見える領域の面積の比率を可視率と呼ぶこととする。空間に対して各地点の可視率は一意に定まるので、可視率の分布も一意に定まる。ここで可視率の空間内での確率分布関数 $Q(r)$ と確率密度関数 $f(r)$ の関係を

$$Q(a \leq r \leq b) = \int_a^b f(r) dr$$

とおく。

また、ここでは一旦、人の空間内の滞り場所は一様にランダムであるとする。もちろん、実際の空間の利用を思い浮かべてみると、例えば大学の研究室では各人間の座席に滞在する確率がそれぞれ時間に占める割合は大きい、長い時間でも各人間の滞り場所は偏っており一様にランダムではない。また、部屋の内部における移動経路を考えても、入り口付近では全員が通るため見かけやすいが、入り口から離れた場所に行くほど見かけにくくなることを想像できる。このような場所ごとの人の存在確率の変化は本報では扱わずに、一様にランダムであるとする。すなわち、空間の見える割合が r のとき、ある人が見える確率も r として扱う。

さて、見える人数が $X = k$ かつ、見える可視率が $r = r'$ の場所にいる確率は、

$$P(X = k, r = r') = P(\{ \text{自分が } r = r' \text{ にいる} \} \\ \cap \{ k \text{ 人だけがk見える} \}) \\ = \int_0^1 f(r) dr {}_n C_k r^k (1 - r)^{n-k}$$

ここで、 r は0から1まで分布しているので、積分することで k 人を見る確率を求めることができる。

$$P(X = k) = \int_0^1 P(X = k, r = r') dr \\ = \int_0^1 f(r) {}_n C_k r^k (1 - r)^{n-k} dr$$

以上が連続的に変化する場合における他者の見える確率である。 n 人が m 部屋の空間にいるときの確率と見比べると、部屋と可視率分布が対応しているのがわかる。

3.2 可視率一様分布のもとでの k 人が見える確率

可視率密度分布 $f(r)$ は空間に応じて分布が決まり、それによって k 人が見える確率の分布も決まる。上の式では k 人が見える確率の分布は、空間の可視率密度分布を決定することでより詳しく調べる事ができる。

ここで、特殊な場合として、可視率が一様分布だと仮定する。可視率が一様分布であるとは、見える面積が小さい場所から全体を見通せる場所までが満遍なくある空間ということである^{注1)}。このとき、可視率分布は、

$$f(r) = \frac{1}{1-0} = 1$$

となるので、 k 人が見える確率 $P(X = k)$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned} P(X_k) &= \int_0^1 {}_n C_k r^k (1-r)^{n-k} dr \\ &= {}_n C_k \frac{k!(n-k)!}{(k+n-k+1)} \\ &= \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{k!(n-k)!}{(n+1)} \\ &= \frac{1}{n+1} \end{aligned}$$

ここではベータ関数の積分公式を用いた^{注2)}。すなわち、 k に関係なく一定となる。このときの見える人数の期待値は以下のようになる。

$$E(X) = \sum_{k=0}^n kP(X = k) = \frac{n}{n+1}$$

結果から、可視率が空間全体に渡って一様分布するならば、 k 人の他者が見える確率は等しくなることが証明できた。

4. 考察

本報では、とくに空間を可視率分布で表現して扱った。これは、筆者の考えでは、可視率分布が空間の質に関わる指標であるからである。眺望-隠れ場理論¹⁾でいうような一見背反する2つの質をもつ場所が、可視率分布が一様分布するときには両方とも存在するからである。

また今回は人が空間全体にランダムに一様に存在すると仮定したが、実際はこの通りではない。しかし、Turnerらが博物館における人の占有率と可視グラフの指標との相関を示したように²⁾、人の存在確率も可視による性質に影響されるものであるだろうといえる。

5. 結論

本報では、空間において他者が見える確率の解析を行った。まず部屋に分かれた空間について k 人が見える確率と期待値を求めた。次に一室空間について、空間形

状から一意に導かれる可視率分布 $f(r)$ を導入することで、 k 人が見える確率を求めた。とくに可視率分布が一様分布である場合について、独りであることから他者が1人、2人、 \dots 、 k 人が見える確率は等しくなることがわかった。

今後の課題としては、実際の建築作品について分析することや、人の空間における場所ごとの存在確率について表現できるようにすることがあげられる。

[参考文献]

- 1) J. Appleton: The Experience of Landscape, John Wiley and Sons, 1975
- 2) Turner, A., Doxa, M., O'Sullivan, D., Penn, A., : From isovists to visibility graphs: a methodology for the analysis of architectural space, Environment and Planning B: Planning and Design 2001, vol. 28, pp. 103-121, 2001

[注]

注1) 可視率が一様分布の空間が存在するかどうかはわからない。

注2) ベータ関数の積分公式では、 a, b を0以上の整数とするとき、

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)^a (\beta-x)^b dx = \frac{a!b!}{(a+b+1)!} (\beta-\alpha)^{a+b+1}$$

となる。特 $\alpha = 0, \beta = 1$ のとき、

$$\int_0^1 x^a (1-x)^b dx = \frac{a!b!}{(a+b+1)!}$$

となるので、 $a = k, b = n - k$ とおくと、以下のようになる。

$$\int_0^1 x^k (1-x)^{n-k} dx = \frac{k!(n-k)!}{(n+1)!}$$