

斜め柱を考慮したシェル屋根の柱配置最適化

Optimization of column arrangement for shell roofs considering slanted columns

○小南 修一郎*1, 藤田 慎之輔*2

Shuichiro Kominami*1, Shinnosuke Fujita*2

*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生

Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu

*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Graduate School of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード : 柱配置最適化 地震力 シェル構造

Keywords : Optimization of the column arrangement Seismic force Shell structure

1. はじめに

シェルなどの大スパン構造物は、その形状が力学性状に与える影響が非常に大きいことはもちろんであるが、境界条件の差異によってもその力学性状が大きく変化する。複数の柱で支持されるシェル屋根を想定した場合、支える位置によってその構造物の力学的合理性が大きく左右される。しかし、鉛直荷重だけではなく地震力も考慮した場合、シェル構造物に対して力学的に合理的な柱配置を設計者の経験や感覚で導くことは難しい。

そこで本研究では、シェル構造物を支持する柱配置の最適化手法の提案および設計支援ツールとして、外力として長期荷重に加えて地震力も考慮し、斜め柱の配置も選択肢に含めた柱配置最適化手法の提案を行う。

2. 理論準備

2.1. 柱配置の表現

シェル屋根を支える柱配置は連続変数として定式化することは難しいため、整数変数を用いて柱の有無を表現する。柱位置の表現方法は複数考えられるが、既往研究¹⁾で解の収束が良好だった方法を元に設定する。本研究では、有限要素の節点は $(n_x + 1) \times (n_y + 1) = n$ 個格子状に存在するものとし、シェル屋根の各節点に対応した格子点を設ける。さらに、柱脚レベルにも屋根面と同様に格子状に節点を設け、各節点に対応した格子点を設ける。シェル屋根は全部で \bar{n} 本の柱に支持されるものとする。 e 番目の柱の柱脚及び柱頭における格子点 x, y 座標をそれぞれ $(\hat{x}_{le}, \hat{y}_{le})$ 及び $(\hat{x}_{ue}, \hat{y}_{ue})$ と表し、それらを並べた整数変数ベクトルを次のように定義し、設計変数とする。

$$\hat{\mathbf{x}}_l = (\hat{x}_{l1} \ \cdots \ \hat{x}_{l\bar{n}})^T, \quad \hat{x}_{le} \in [0, \dots, n_x] \quad (1)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_l = (\hat{y}_{l1} \ \cdots \ \hat{y}_{l\bar{n}})^T, \quad \hat{y}_{le} \in [0, \dots, n_y] \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_u = (\hat{x}_{u1} \ \cdots \ \hat{x}_{u\bar{n}})^T, \quad \hat{x}_{ue} \in [0, \dots, n_x] \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_u = (\hat{y}_{u1} \ \cdots \ \hat{y}_{u\bar{n}})^T, \quad \hat{y}_{ue} \in [0, \dots, n_y] \quad (4)$$

e 番目の柱の柱脚レベル、柱頭レベルにおける節点座標を次式のように表現する。

$$\mathbf{r}_{el} = (x(\hat{x}_{le}, \hat{y}_{le}) \quad y(\hat{x}_{le}, \hat{y}_{le}) \quad z(\hat{x}_{le}, \hat{y}_{le}))^T \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_{eu} = (x(\hat{x}_{ue}, \hat{y}_{ue}) \quad y(\hat{x}_{ue}, \hat{y}_{ue}) \quad z(\hat{x}_{ue}, \hat{y}_{ue}))^T \quad (6)$$

このとき、柱は \mathbf{r}_{el} と \mathbf{r}_{eu} を接続する位置に合計 \bar{n} 本存在することとなる。

境界条件は柱脚位置での固定支持とする。

2.2. 最適化問題の定式化

本研究では、ひずみエネルギーと柱の総体積の双方を目的関数とした多目的最適化を行う。その際、制約条件として鋼構造設計規準の応力制約を考慮する。検定比を1以下に抑えるためには、柱配置と共に、柱断面についても適切なものを選択する必要がある。本研究では、柱断面の候補として表1に示すような7種類の鋼管を用意する。各柱の断面番号を並べた整数変数ベクトル \mathbf{s} を次のように定義し、設計変数とする。

$$\mathbf{s} = (1 \ \cdots \ s_{\bar{n}}), \quad s_e \in [1, 2, \dots, 7] \quad (7)$$

e 番目の柱の断面積を a_e 、要素長さを l_e 、検定比を k_e 、長期荷重時のひずみエネルギーを f_L 、 X, Y 方向地震時のひずみエネルギーをそれぞれ f_X, f_Y とする。本研究では設計変数を $\mathbf{X} = (\hat{\mathbf{x}}_l^T \ \hat{\mathbf{y}}_l^T \ \hat{\mathbf{x}}_u^T \ \hat{\mathbf{y}}_u^T \ \mathbf{s}^T)^T$

表1 柱断面リスト

No	部材	直径 [m]	厚さ [m]
1	○	0.1016	0.004
2	○	0.1652	0.005
3	○	0.2163	0.008
4	○	0.2674	0.009
5	○	0.3556	0.009
6	○	0.4572	0.012
7	○	0.6	0.012

として次の最適化問題を解く．

$$\begin{aligned} S &= f_L + f_X + f_Y + \alpha \\ \underset{\mathbf{X}}{\text{minimize}} \quad V &= \sum_{e=1}^{\bar{n}} (l_e \times a_e) + \alpha \end{aligned} \quad (8)$$

最適化計算には遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化を行うことのできる Grasshopper のコンポーネントである Wallacei²⁾ を用いる．Wallacei は直接的に制約条件を考慮することができないため，ひずみエネルギーと体積の双方に検定比に応じたペナルティ項

$$\alpha = \sum_{i=1}^{\bar{n}} 1000 (\max \{k_e - 1, 0\}) \quad (9)$$

を設けている．ここで k_e は要素 e の検定比 (の最大値) である．弾性解析には OpenSees³⁾ を用いる．地震時水平力は，面荷重 + 自重の鉛直荷重 $w_i (i = 1, \dots, n)$ と設定した水平震度 K の積 Kw_i を，各節点重量に応じて X,Y 方向にそれぞれ作用させるものとする．

3. 解析モデル

本研究では， $z(\hat{x}_{1e}, \hat{y}_{1e}) = 0 (e = 1, \dots, 7)$ ， $z(\hat{x}_{ue}, \hat{y}_{ue}) = 4.0 (e = 1, \dots, 7)$ のプレート状の解析モデルを用意する．屋根はシェル構造，柱は鋼管を想定したモデルとする．モデルの平面形状は 20m×20m の正方形平面とし，節点は 7×7 の格子状に配置し節点数は $n = 49 (n_x = n_y = 6)$ ，要素数は $m = 36$ とする．初期の柱配置は四隅の点とし，柱の高さは 4.0 m，断面はすべて表 1 の No.1 とする．シェル屋根は表 2 に示す材料及び断面を有するものとする．柱の隣に記載されている数値は検定比となっており，柱頭・柱中心・柱脚の値を示している．荷重条件は，鉛直荷重は自重に加えて鉛直下向きに面荷重 1kN/m^2 を，地震時水平力については水平震度 $K=0.3$ とした集中荷重をそれぞれ作用させることとする．

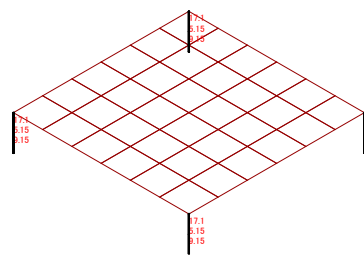


図1 解析モデル (長期荷重検定比)

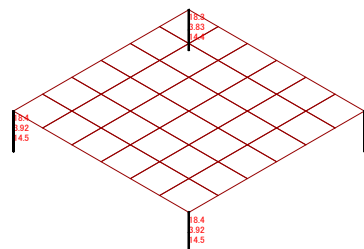


図2 解析モデル (短期荷重検定比)

表2 シェル屋根の材料及び断面情報

ヤング係数 E [kN/m ²]	ポアソン比	厚さ [m]	重量密度 [kN/m ³]
2.10×10^7	0.2	0.1	24

表3 柱断面および検定比最大値，柱総体積

柱断面	検定比最大値	柱総体積 [m ³]
0,0,0,0	18.41	0.02

表4 ひずみエネルギー値

$f_L + f_X + f_Y$ [kNm]	f_L [kNm]	f_X [kNm]	f_Y [kNm]
668.45	519.57	74.44	74.44

4. 柱配置最適化結果

$\mathbf{X} = (\hat{x}_l^T \ \hat{y}_l^T \ \hat{x}_u^T \ \hat{y}_u^T \ \mathbf{s}^T)^T$ として最適化問題 (8) を Wallacei により解く．Wallacei の計算回数は GenerationSize を 50, GenerationCount を 150 とする．パレート最適曲線を図 3 に，パレート最適解を Cluster1 から Cluster5 の 5 つに分類し，1 つの分類から解を 1 つ選択する．そのときのそれぞれの柱配置と検定比を図 4, 図 5, 図 6, 図 7, 図 8 に，選択された柱断面および検定比の最大値，柱の総体積を表 5 に，パレート最適解のひずみエネルギーを表 6 にそれぞれ示す．

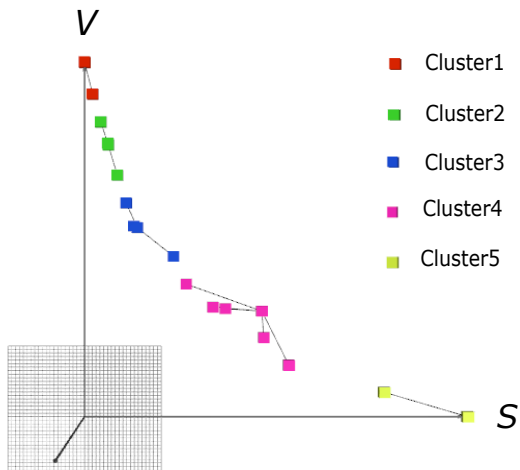


図3 パレート最適曲線

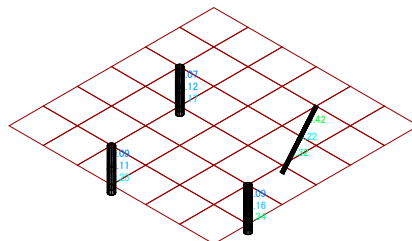
表5 選択された柱断面および検定比最大値，柱総体積

	柱断面	検定比最大値	柱総体積 [m ³]
Cluster1	7,7,5,7	0.44	0.31
Cluster2	7,7,4,7	0.46	0.30
Cluster3	7,6,4,7	0.52	0.27
Cluster4	4,6,4,7	0.70	0.22
Cluster5	4,5,4,6	0.89	0.17

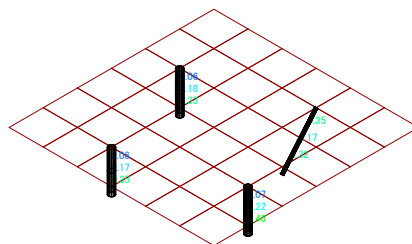


(a) Y 方向

(b) X 方向



(c) 長期荷重検定比



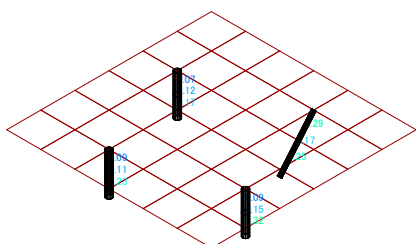
(d) 短期荷重検定比

図5 柱配置および検定比 (Cluster2)

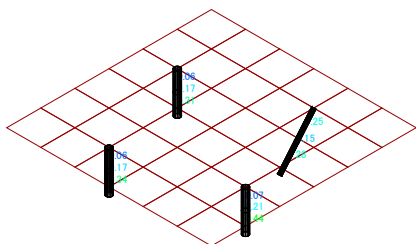


(a) Y 方向

(b) X 方向



(c) 長期荷重検定比



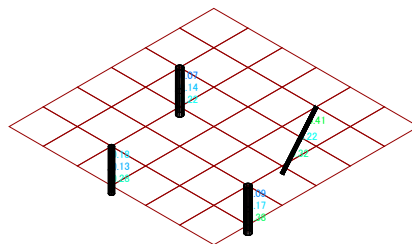
(d) 短期荷重検定比

図4 柱配置および検定比 (Cluster1)

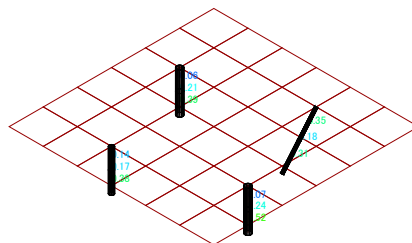


(a) Y 方向

(b) X 方向



(c) 長期荷重検定比



(d) 短期荷重検定比

図6 柱配置および検定比 (Cluster3)

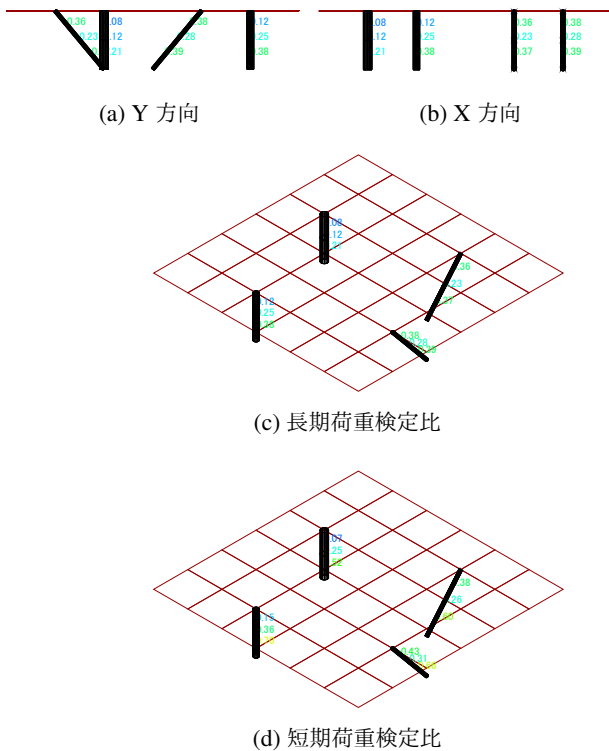


図7 柱配置および検定比 (Cluster4)

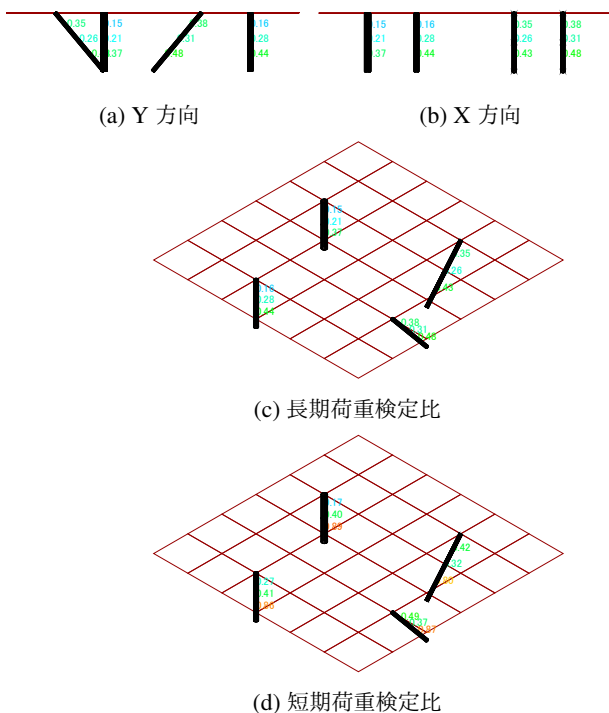


図8 柱配置および検定比 (Cluster5)

5. 考察

多目的最適化特有のパレート最適曲線 (図3) が正しくプロットされいることが確認できる。選択されたすべ

表6 パレート最適解におけるひずみエネルギー値

	$f_L + f_X + f_Y$ [kNm]	f_L [kNm]	f_X [kNm]	f_Y [kNm]
Cluster1	19.13	18.17	0.47	0.49
Cluster2	19.22	18.23	0.48	0.51
Cluster3	19.48	18.30	0.60	0.60
Cluster4	20.92	18.44	1.52	0.97
Cluster5	23.11	18.72	2.86	2.78

ての解において検定比を1以下に抑えることができている。このことから、設計するにはパレート最適解から自由に解を選択することができる。

地震力を設定しているため、すべての解において斜め柱が選択される結果となった。Cluster1 から Cluster3 が同様の柱配置、Cluster4 と Cluster5 が同様の柱配置となっており、最適化後の柱配置はどの解も大きく位置がずれることはなく、初期の柱配置よりも中心に配置される結果となった。

ひずみエネルギーに着目すると、最適化前のひずみエネルギーが約 668[kNm] であるため、最適化後の解は大幅に減少していることが確認できる。パレート最適解ではL荷重 (鉛直荷重) の値が大きく支配的であるといえるが、値の変化はそれほど見られず、X, Y 荷重 (地震力) の値の変化による差が大きいことが確認できた。つまり、斜め柱の配置によって地震力に対する力学性能は変化することが確認できた。

6. まとめ

本研究では、設計支援ツールとしてシェル構造物の柱配置の最適化手法を提案した。今回用いた解析モデルの規模であれば短時間で解を求めることができる。本手法を用いて、設計者の求める建築形態に合わせた構造形態を提示することを目的としているが検討課題も残っている。

今後の展望として、屋根部分の形状の複雑化および形状の同時最適化が考えられる。形状と柱配置を同時最適化することでより力学的性能を高めることができると考えられる。

[参考文献]

- 1) 小南修一郎, 藤田慎之輔. シェル構造の柱配置と形状の同時最適化. コロキウム構造形態の解析と創生 2019, 2019.11.
- 2) Showkatbakhsh M. Makki, M. and Y. Song. Wallacei. Wallacei, 2018.
- 3) M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. SoftwareX, Vol. 7, pp. 6-11, 2018.1.