

# 連続変数問題として解く鋼構造骨組の断面最適化

## Cross-section optimization of steel structure as a continuous optimization problem

○竹下 佳太\*1, 藤田 慎之輔\*2  
Keita Takeshita\*1, Shinnosuke Fujita\*2

\*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生

Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu

\*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Graduate School of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

**キーワード** : 発見的手法 逐次二次計画法 組み合わせ最適化

**Keywords** : Optimization of the column arrangement Seismic force Shell structure

### 1. はじめに

近年、鋼構造骨組の形状や断面を設計変数として、高い剛性を獲得する研究が盛んにおこなわれている。主に、設計変数を連続変数として扱い逐次二次計画法を用いた研究<sup>1)</sup>や離散変数として扱い発見的手法で解く研究<sup>2)</sup>に分けられる。後者は計算時間を十分に与えれば、良解が得られるが、前者は比較的短い計算時間で局所最適性が保証される解を得ることができる。前者のような数理計画法で解く方が効果的であることは既往の研究から明白である。しかし、断面形状を連続変数として扱って得られた最適解はそのままでは実用的ではない問題点もある。

そこで本研究では、断面形状を連続変数問題として逐次二次計画法で断面最適化を行った後、得られた部材断面形状分布の近傍で規格材の断面を選択し、再構築を行う。部材の種類数を変化させた複数の最適化問題を提案手法で解くとともに、比較の対象として同様の問題を発見的手法でも解く。得られた最適化結果を比較し、提案手法の有効性を示す。

### 2. ラチスシェルの部材断面の組合せ最適化の方法

円形鋼管で構成されるラチスシェルを対象として、部材断面の形状を連続変数として扱い、逐次二次計画法により、最適な部材断面分布を得る。その後、得られた部材断面を規格材に変換する後処理を施すことで、部材断面の組合せ最適解を得る手法を提案する。また、提案手法の有効性を確認するために、発見的手法で解き、得られた結果と提案手法による結果との比較を行う。この節ではそれぞれのアルゴリズムについて概説する。

#### 2.1. 連続変数問題としての断面最適化

鋼管の外径、および板厚を設計変数とし、鋼管の外径と板厚を集めたベクトルをそれぞれ  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{t}$  と定義する。

$$\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_e, \dots, d_m] \quad e = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_e, \dots, t_m] \quad e = 1, \dots, m \quad (2)$$

鋼管の規格材の部材リスト (種類数  $r$ ) の外径と板厚を集めたベクトルをそれぞれ  $\bar{\mathbf{d}}$ ,  $\bar{\mathbf{t}}$  と定義する。

$$\bar{\mathbf{d}} = [\bar{d}_1, \dots, \bar{d}_i, \dots, \bar{d}_r] \quad i = 1, \dots, r \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{t}} = [\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_i, \dots, \bar{t}_r] \quad i = 1, \dots, r \quad (4)$$

外径が重複している断面の内、板厚が最大の断面を集めたベクトルを  $\bar{\mathbf{t}}_{\max}$ , 板厚が最小の断面を集めたベクトルを  $\bar{\mathbf{t}}_{\min}$  とそれぞれ定義する。外径と  $\bar{\mathbf{t}}_{\max}$ ,  $\bar{\mathbf{t}}_{\min}$  との関係から、最小二乗法により外径  $d_e$  を引数として要素  $e$  の板厚の上下限値を定義する6次の近似曲線  $t_e^u(d_e)$ ,  $t_e^l(d_e)$  を算出する。また、 $\bar{d}_i$  の最大値及び最小値を  $\bar{d}_{\max}$ ,  $\bar{d}_{\min}$  として、以下のような最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{d}, \mathbf{t}}{\text{minimize}} && \frac{1}{2} \mathbf{u}^\top \mathbf{K} \mathbf{u} \\ & \text{subject to} && V - \bar{V} \leq 0 \\ & && \bar{d}_{\min} \leq d_e \leq \bar{d}_{\max} \quad e = 1, \dots, m \\ & && \bar{t}_{\min} \leq t_e \leq \bar{t}_{\max} \quad e = 1, \dots, m \\ & && t_e^l(d_e) \leq t_e \leq t_e^u(d_e) \quad e = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は節点座標ベクトル、 $\mathbf{K}$  は線形弾性剛性行列、 $V$  は骨組の総体積、 $\bar{V}$  は  $V$  の上限値である。3つ目の制約条件の存在により、規格材の部材リストに分布している範囲内の外径/板厚比に制約される。この最適化問題を本論文では `method1` と呼ぶことにする。

## 2.2. 規格断面化

method 1 で得られた最適解の外径, 板厚を集めたベクトルをそれぞれ  $\bar{d}^*$ ,  $\bar{t}^*$  とする. 以下の手順で連続変数として扱われた断面を規格材の断面に置き換える操作を行う.

**step 1**  $e = 1$  とする.

**step 2**  $\bar{d}$  から  $d_e^*$  に最も近い値を選び, その値を  $\hat{d}$  とする.

**step 3**  $\bar{d}_i = \hat{d}$  となる  $i$  の集合を  $S$  とする.

**step 4**  $\bar{t}_i (i \in S)$  の中で,  $t_e^*$  に最も近い値を選び, その値を  $\hat{t}$  とする.

**step 5**  $d_e^* = \hat{d}$ ,  $t_e^* = \hat{t}$  に部材断面を置き換える.

**step 6**  $e = m$  のとき全ての梁が規格材へと置き換わり再構築が完了. そうでなければ  $e = e + 1$  として

**step 2** へもどる.

本手法を method2 と定義する.

## 2.3. 離散変数問題としての断面最適化

部材リストの断面積,  $y$  軸及び  $z$  軸まわりの断面二次モーメント, ねじり定数をそれぞれ  $\bar{A}, \bar{I}, \bar{J}$  とする.

$$\bar{A} = [\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_r] \quad (6a)$$

$$\bar{I} = [\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_r] \quad (6b)$$

$$\bar{J} = [\bar{J}_1, \bar{J}_2, \dots, \bar{J}_r] \quad (6c)$$

各要素に選択された部材断面番号を集めたベクトルを  $\mathbf{x}$  とする.

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m] \quad (7)$$

例えば, 要素  $e$  に選択される断面の断面性能の組み合わせは

$\{\bar{A}_{x_e}, \bar{I}_{x_e}, \bar{J}_{x_e}\}$  となる ( $x_e \in [1, \dots, r]$ ). method 1, method 2 との比較の対象として, 離散変数  $\mathbf{x}$  を設計変数とした次のような組み合わせ最適化問題を考える.

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} && \frac{1}{2} \mathbf{u}^\top \mathbf{K} \mathbf{u} \\ & \text{subject to} && V - \bar{V} \leq 0 \\ & && A_e = \bar{A}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \\ & && I_e = \bar{I}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \\ & && J_e = \bar{J}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (8)$$

式 (8) は発見的手法の 1 種である MIDACO<sup>3)</sup> を用いて解く. 総計算時間は 24 時間とした. 本手法を method3 と定義する.

## 3. 解析モデル

図 1 に示すようなスパン 60m×60m, ライズ 15m を有する裁断球殻シェルを考える. 境界条件は○位置での

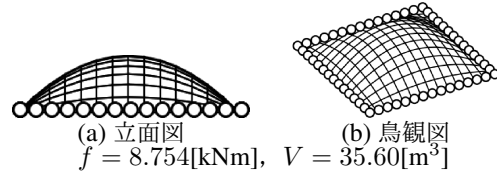


図 1: 例題 1 の初期形状 (裁断球殻)

ピン支持とし, 1kN/m<sup>2</sup> の面荷重を各節点に振り分けて与えている. 初期形状は全ての部材が外径 0.5m, 板厚 0.012m の鋼管で構成されている.  $f, V$  はそれぞれひずみエネルギー, 総体積を示す.

本研究では, 断面の種類数は  $r = 38, 152$  の 2 つの異なる規模の部材リストを取り扱う. 横軸に外径, 縦軸に板厚をとり, それぞれの部材リストの外径  $\bar{d}$  および板厚  $\bar{t}$  の関係と, 2.1 節で述べた板厚の上下限値を定義する 6 次の近似曲線  $t_e^u(d_e), t_e^l(d_e)$  をプロットしたものを図 2 にそれぞれ示す. 赤色で示したものが  $r = 38$  のときの  $t_e^u(d_e), t_e^l(d_e)$  で, 黒色で示したものが  $r = 152$  のときの  $t_e^u(d_e), t_e^l(d_e)$  である.

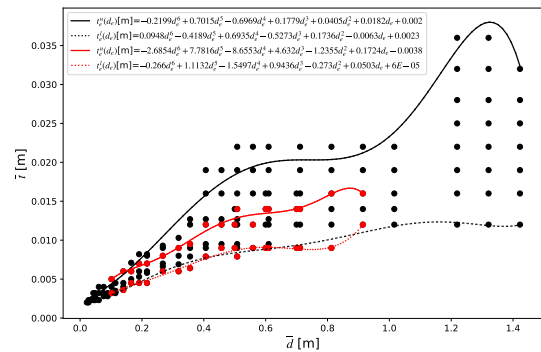


図 2: Material list

## 4. 解析結果

### 4.1. $r = 38$ の部材リストに対する解析結果

$r = 38$  の部材リストに対する解析結果を図 3~5 及び, 表 1 にそれぞれ示す. 計算機は CPU: Intel Xeon E3-1230 V2(3.2GHz, 2 プロセッサ), MEM:16GB の性能のものを用いた. また, method 1~2 における感度解析は差分近似により行った. 図 3 には, method 1~3 における最適解の部材配置図を示しており, 図中の線の太さは部材の断面積に比例している. 図 4, 5 には, それぞれ method2, method3 において選ばれた最適部材断面を, 選ばれた個数を  $z$  軸にとって図 2 上に 3 次元プロットしたものである. 表 1 には, method 1~3 の最適解におけるひずみエネルギー ( $f$ ), 総体積 ( $V$ ) と最適解に収束する

までに要した計算時間 (Analysis time) を記している。なお、method2 において、method1 で得られた最適部材断面を規格部材化するのは一瞬で完了するため、method1 の計算時間はそのまま method 2 の計算時間と考えて差し支えない。

表 1 をみると、method1, method2 のひずみエネルギーは method3 のひずみエネルギーよりも小さく、高い剛性を獲得していることがわかる。しかし、method2 の体積値は体積上限値  $\bar{V} = 35.60$  を超えていた。これは、部材リストの種類が少ない場合、method1 で選択された断面に近い断面積を有する部材がリストになく、元断面からの差異が大きくなる可能性があるためと思われる。図 3 をみると、全ての手法において支持点近傍の鋼管は断面積が比較的大きい鋼管が選択され、それ以外の外周の部材は比較的、断面積が小さい鋼管で選択され、合理的な部材断面配置となっていることが確認できる。

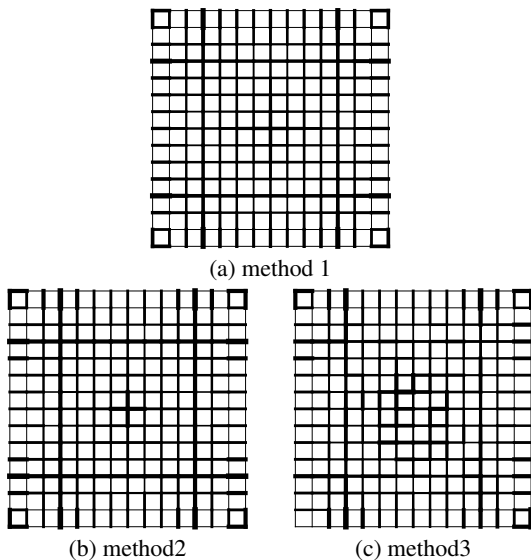


図 3: Layout of material( $r = 38$ )

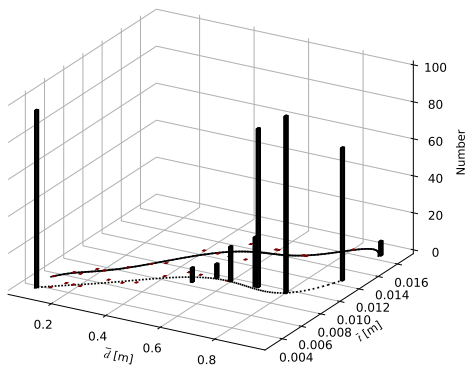


図 4: Distribution of members obtained by method2( $r = 38$ )

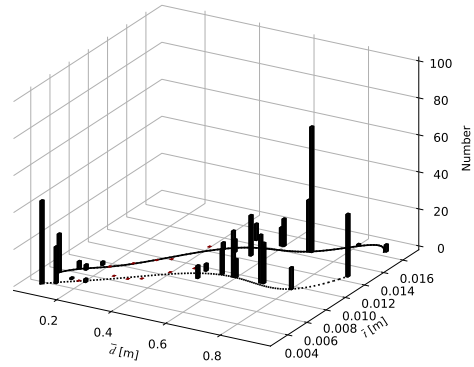


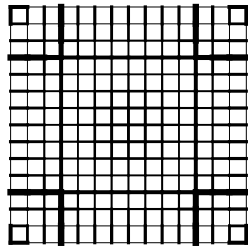
図 5: Distribution of members obtained by method3( $r = 38$ )

表 1: Elasticity analysis result( $r = 38$ )

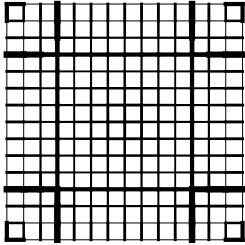
$r=38$	method 1	method2	method3
$f$ [kNm]	6.392	6.350	6.626
Analysis time[h]	5.220	-	24
$V$ [m <sup>3</sup> ]	35.60	36.96	35.60

#### 4.2. $r = 152$ の部材リストに対する解析結果

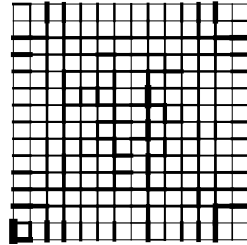
$r = 152$  の部材リストに対する解析結果を図 6~8 及び表 2 にそれぞれ示す。それぞれの図・表の内容は 4.1 項と同様であり、計算機、計算条件も同様である。表 2 をみると、method1, method2 のひずみエネルギーの方が method3 のひずみエネルギーよりも小さく、高い剛性を獲得していることがわかる。選択可能な断面が増えたことにより、 $r = 38$  の method2 の体積値は体積上限値  $\bar{V} = 35.60$  を超えていたが、 $r = 152$  では体積上限値以内に収まった。また、method3 では  $r = 38$  のひずみエネルギーよりも大きいことから、今回打ち切った計算時間では十分に最適解を探索できなかったことがわかる。method1 の計算時間をみると、 $r = 38$  のときよりも早く解を導いていることが確認できる。図 7 と図 8 をみると、method2 で選択された断面は 6 次の近似曲線  $t_e^l(d_e)$  に沿って集中的に選択されていた。最適化を行うとき、体積制約を設けているため、外形を大きく、板厚を薄くし、断面積を抑え高い剛性を獲得しているものと推察される。method3 では、幅広く断面が選択されていたことが確認できる。図 6 をみると、method1 と method2 はある程度対称性を有している部材配置となったが、method3 では部材断面の対称性が崩れていることから、method 3 は今回打ち切った計算時間では十分に最適化が進んでいないことがわかった。



(a) method 1



(b) method2



(c) method3

図 6: Layout of material( $r = 152$ )

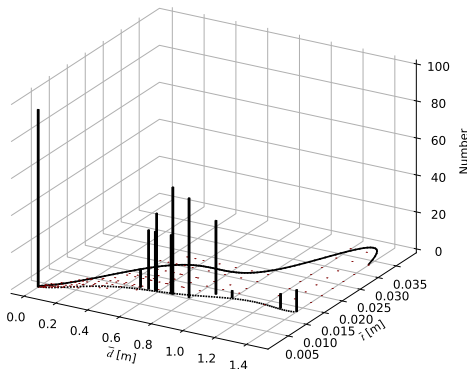


図 7: Distribution of members obtained by method2( $r = 152$ )

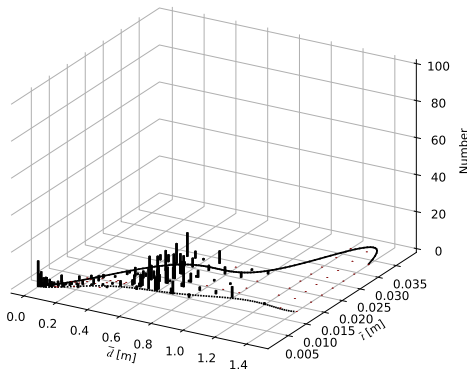


図 8: Distribution of members obtained by method3( $r = 152$ )

表 2: Elasticity analysis result( $r = 152$ )

$r=152$	method 1	method2	method3
$f$ [kNm]	6.386	6.421	7.070
Analysis time[h]	4.731	-	24
$V$ [m <sup>3</sup> ]	35.60	35.02	35.60

## 5. 結論

本論文では、鋼管で構成されたラチスシェルに対して逐次二次計画法で解いた解から、規格材で再構築した解を比較し、どの手法が効率的か検証した。得られた結果は以下のようにまとめられる。

- 部材リストの種類数が少ないと、method2 の体積値は体積制約を超える可能性が高くなる。
- 部材リストの種類数が多いと、method3 は良解への収束が難しくなり、method2 よりも劣る解になる。
- 部材リストの種類数が十分にある場合、method2 で選択される断面は  $t_e^l(d_e)$  の曲線近傍に集中する傾向がある。
- 部材リストの種類数が多くても、method2 の計算時間が肥大化することなく、比較的少ない計算時間で良解を導き出すことができる。

## 【参考文献】

- 1) S. Fujita and M. Ohsaki. Shape optimization of latticed shell defined by parametric surface for uniform member length and maximum stiffness. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol. 78, No. 685, pp. 495–502, 2013.3. (in Japanese) 藤田慎之輔, 大崎純: パラメトリック曲面で定義されたラチスシェルの部材長一様化と剛性最大化を目的とした形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 685, pp. 495–502, 2013. 3.
- 2) M. Ohsaki. Local search for multiobjective optimization of steel frames. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol. 73, No. 634, pp. 2135–2141, 2008.12. (in Japanese) 大崎純: 局所探索法による鋼構造骨組の多目的最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 73, No. 634, pp. 2135–2141, 2008. 12.
- 3) M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.