

剛性と崩壊荷重係数を目的関数として考慮した鋼構造物の構造最適化 Structural optimization of steel structures considering stiffness and collapse load factor

○西江 太成*1, 藤田 慎之輔*2
Taisei Nishie*1, Shinnosuke Fujita*2

*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生

Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu

*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Graduate School of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード : 鋼構造; 極限解析; 線形計画問題; 剛性; 崩壊荷重係数

Keywords : Steel structure; limit analysis; linear problem; stiffness; collapse load factor

1. はじめに

近年, 建築構造物の形状や部材断面などを設計変数とし, 構造最適化を行って力学的合理性のある解をコンピュータによって求める研究が盛んにおこなわれている^{1,2)}. それらの研究の多くは, ひずみエネルギーやコンプライアンスなどを目的関数として最小化することで高い剛性を獲得するアプローチに基づいている. しかしながら, 建築構造物に求められる力学的性能は剛性だけではない. 本研究では, 剛性だけではなく耐力も考慮した構造最適化手法として, ひずみエネルギーやコストに加えて崩壊荷重係数を目的関数に導入した構造最適化手法を提案する. 崩壊荷重係数の計算方法は, 荷重増分解析法, 変形増分法, 極限解析法などがある. 構造設計実務では, 一般に荷重増分解析法が用いられている. しかし, 荷重増分解析法は剛性方程式を解く計算を繰り返すため, プログラムの実装も煩雑となり, 最適化計算で繰り返し参照される関数としては扱いづらい. そこで, 荷重増分解析法の代わりに極限解析法を用いて崩壊荷重係数の算出を行う³⁾. 極限解析は線形計画問題として定式化が可能であることが知られており, 線形計画問題はPuLP⁴⁾などのフリーウェアで高速に解くことが可能である. この提案手法の有効性を2次元の鉄骨骨組の解析モデルに対して検証する.

2. 解析概要

本研究では, ひずみエネルギーと崩壊荷重係数の双方を勘案した多目的最適化を行う. 崩壊荷重係数は極限解析の下界定理を線形計画問題として定式化し, 同問題を解くフリーウェアであるPuLPにより, ひずみエネルギーはオープンソースの構造解析ソフトとして知られる

OpenSeesPy⁵⁾による弾性解析により, それぞれ求める. 多目的最適化には蟻コロニー最適化を用いたMIDACO⁶⁾を用いる.

2.1. 下界定理の定式化

極限解析の下界定理では単調載荷などの適当な仮定の下で, 釣り合い式と応力境界条件を満たす応力が降伏条件を満たすとき, 求められた崩壊荷重係数は真の崩壊荷重係数と等しいかそれより小さい. つまり, λ を崩壊荷重係数, λ^* を真の崩壊荷重係数とすると次式が成り立つ.

$$\lambda \leq \lambda^* \quad (1)$$

この下界定理より, 以下の線形計画問題を解くことで骨組の崩壊荷重係数を求めることができる.

$$\text{maximize } \lambda \quad (2a)$$

$$\text{subject to } \mathbf{H}\mathbf{s} = \lambda\mathbf{f}_h + \mathbf{f}_v \quad (2b)$$

$$\mathbf{Y}\mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (2c)$$

ここで, \mathbf{H} は全体釣り合い行列, \mathbf{s} は内力ベクトル, \mathbf{f}_h は水平方向の外力を表す定ベクトル, \mathbf{f}_v は鉛直方向の外力を表す定ベクトル, \mathbf{Y} は降伏条件を示す係数行列, \mathbf{y} は降伏時の定数ベクトルである. なお, 降伏条件は計算の簡単のため図1に示すものを採用することとする. N は部材の軸力, M は部材のモーメント, N_p は降伏軸力, M_p は降伏モーメントである.

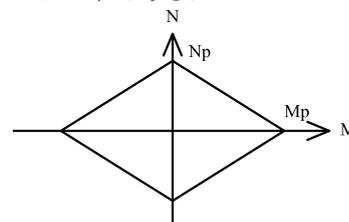


図1 降伏条件

2.2. 多目的最適化

多目的最適化とは、目的関数が複数ある最適化のことである。目的関数が一つの場合は最適解が一つとなるが、目的関数が複数ある場合は複数の最適解が存在し、それらはトレードオフの関係となる。この複数の最適解の集合をパレート解という。本研究では多目的最適化を、目的関数が、部材の総体積 V -ひずみエネルギー E 、部材の総体積 V -崩壊荷重係数 λ 、部材の総体積 V -崩壊荷重係数 λ -ひずみエネルギー E 、の3パターンの組合せに対して行う。設計変数は部材断面とし、部材断面のリストの中から目的関数を最小化または最大化する部材断面を選択する。

3. 数値解析例

3.1. 概要

本研究では図2に示す2次元の鉄骨骨組に対して、剛性および崩壊荷重係数を考慮した断面最適化を行った。スパンおよび階高は5m、境界条件は柱脚を固定支持とした。本解析では自重などの鉛直荷重は考慮しておらず、水平荷重のみで弾性解析および極限解析を行った。地震力を算出するために、2階の床荷重を5kN/m²、1階の床荷重を6kN/m²、梁の負担幅を5mとして構造物の各階の重量 W_i を算出した。地盤は第3種地盤として振動特性係数 R_i および A_i 分布を求めた。地域係数 $Z = 1.0$ 、 $C_0 = 1.0$ 、構造特性係数 $D_s = 0.25$ 、形状係数 $F_{es} = 1.0$ と

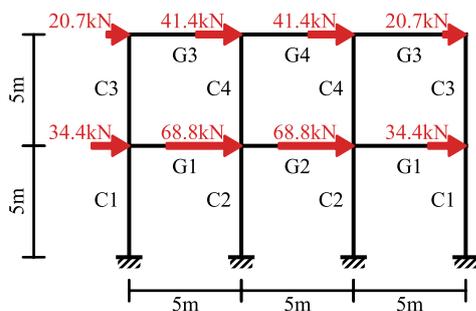


図2 モデル概要

表1 部材断面リスト

部材番号	部材断面
0	H-150×75×5×7
1	H-200×100×5.5×8
2	H-300×150×6.5×9
3	H-400×200×8×13
4	H-500×200×10×16
5	H-600×200×11×17
6	□-100×100×9×9
7	□-150×150×9×9
8	□-200×200×12×12
9	□-300×300×12×12
10	□-400×400×12×12
11	□-500×500×12×12

して地震力を、

$$C_i = Z \times R_i \times A_i \times C_0 \quad (3a)$$

$$Q_{ui} = D_s \times F_{es} \times \sum_{i=1}^n W_i \times C_i \quad (3b)$$

によって算出し、各節点の負担重量に応じて集中荷重として与えた。また、設計変数である部材断面のリストを表1に示す。ヤング係数は 2.05×10^5 N/mm²、基準強度は 235 N/mm² とした。選択される部材には対称性を考慮しており、骨組が対称となるように設計変数を設定した。また、最適化における変数の初期値は、柱が部材番号6、梁が部材番号0とした(図3)。柱は部材番号6~11、梁は部材番号0~5の中から選択される。本解析における計算回数は100,000回とした。

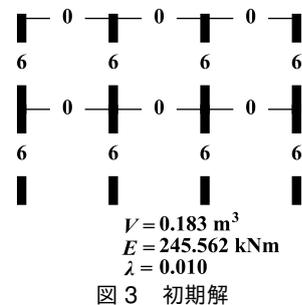


図3 初期解

3.2. $V-E$ の多目的最適化

図4に $V-E$ のパターンで多目的最適化を行った時のパレート解の分布を、図5にパレート解のうち E が最小の部材断面を、図6にパレートフロント中央付近の解の部材断面を示す。図4より、パレート解は曲線状に分布しており、トレードオフの関係となることがわかる。いずれの最適解も、C2, C4, G2, G4といった内側の部材を大きくすることで剛性を高めていることが確認できる。

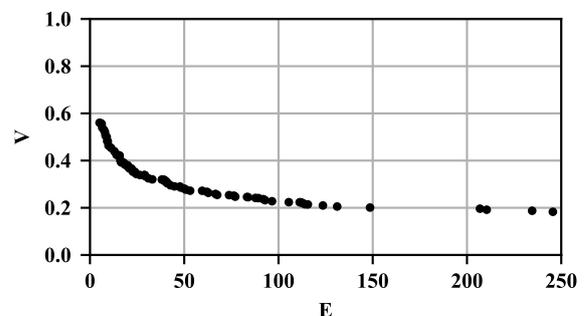


図4 $V-E$ のパレートフロント

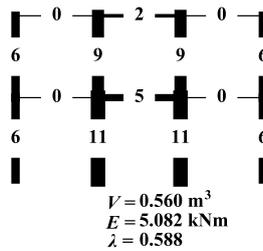


図5 $V-E$ における E が最小のときの解

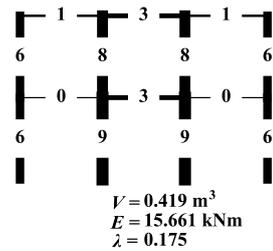


図6 $V-E$ におけるパレートフロント中央付近の解

3.3. $V-\lambda$ の多目的最適化

図7に $V-\lambda$ のパターンで多目的最適化を行った時のパレート解の分布を、図8にパレート解のうち λ が最大の部材断面を、図9にパレートフロント中央付近の解の部材断面を示す。図7よりパレート解は概ねトレードオフの関係にあることがわかる。いずれの最適解も、梁よりも柱の断面を大きくしていくことで崩壊荷重係数を高める傾向があることがわかる。

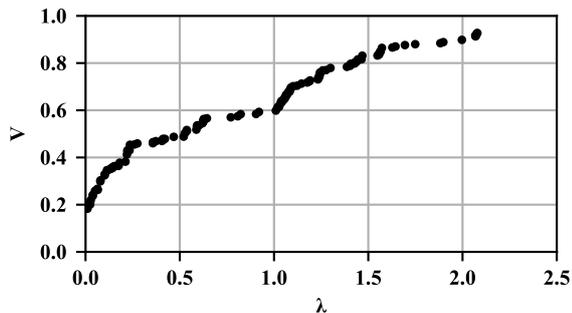


図7 $V-\lambda$ のパレートフロント

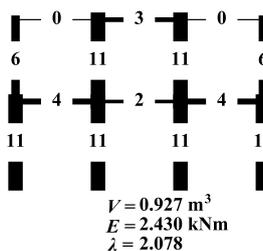


図8 $V-\lambda$ における λ が最大のときの解

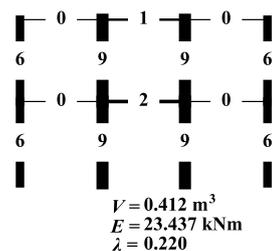


図9 $V-\lambda$ におけるパレートフロント中央付近の解

3.4. $V-E-\lambda$ の多目的最適化

図10に $V-E-\lambda$ のパターンで多目的最適化を行った時の $V-E$ のパレート解の分布を、図11に $V-E-\lambda$ のパターンで多目的最適化を行った時の $V-\lambda$ のパレート解の分布を、図12に $V-E-\lambda$ のパターンで多目的最適化を行った時の $E-\lambda$ のパレート解の分布を、図13にパレート解のうち E が最小となる時の部材断面を、図14にパレート解のうち λ が最大となる時の部材断面

面を、図15にパレートフロント中央付近解の部材断面を示す。図10および図11より、それぞれのパレート解の分布は、体積に対してはおおよそトレードオフの関係になっていることが確認できる。一方で、ひずみエネルギーと崩壊荷重係数については、ひずみエネルギーが小さくなるほど崩壊荷重係数は大きくなるため、トレードオフの関係にはないと言える。なお、図13の解と図14の解はほぼ同様の体積を有しているが、前者はひずみエネルギーは低く剛性は高いが崩壊荷重係数は低く、後者はひずみエネルギーは高く剛性は低い崩壊荷重係数は高くなっている。このことから、ひずみエネルギーと崩壊荷重係数は必ずしも部材断面に対して完全な比例関係にはないことがわかる。

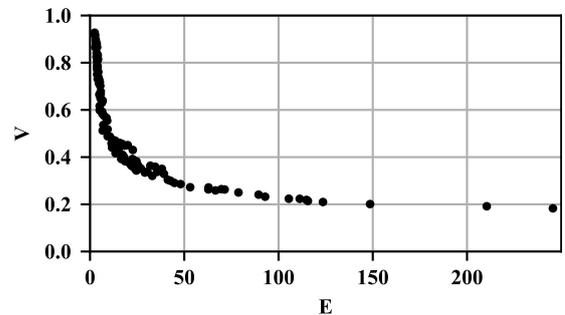


図10 $V-E-\lambda$ における $V-E$ 平面のパレートフロント

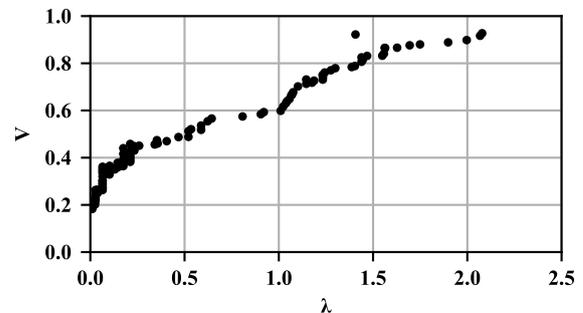


図11 $V-E-\lambda$ における $V-\lambda$ 平面のパレートフロント

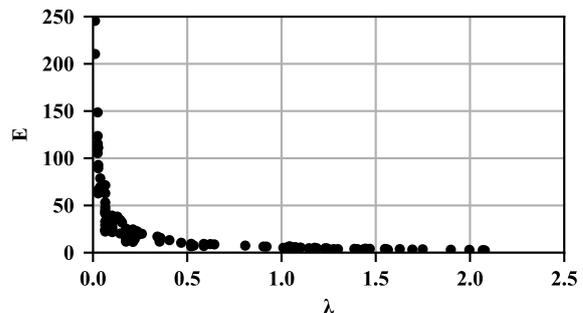


図12 $V-E-\lambda$ における $E-\lambda$ 平面のパレートフロント

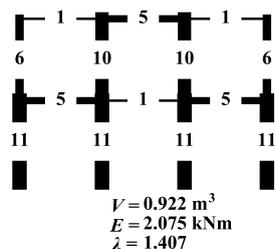


図 13 $V-E-\lambda$ における E が最小のときの解

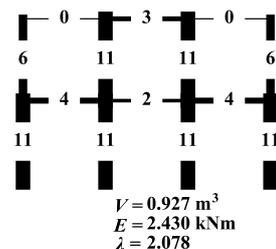


図 14 $V-E-\lambda$ における λ が最大のときの解

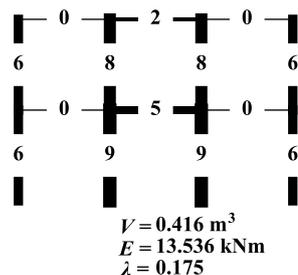


図 15 $V-E-\lambda$ におけるパレートフロント中央付近の解

3.5. V_{max} となるとき部の材断面

今回の数値解析では、全ての部材断面が最大断面となる解がパレートフロントに含まれなかったため、比較の対象として図 16 に全ての部材断面が最大断面となる解を示す。図 16 に示す λ の値を見ると、より体積の少ない図 14 の λ の値と同じであることが分かる。崩壊荷重係数は部材断面を大きくすれば必ず上昇するわけではなく、応力分布に依存すると言える。

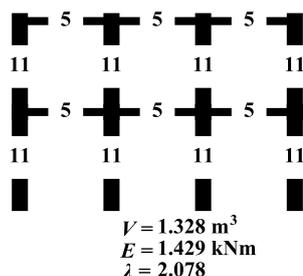


図 16 V_{max} における部材断面

4. まとめ

本研究では、剛性だけではなく耐力も考慮した構造最適化手法として、ひずみエネルギーやコンプライアンスに加えて崩壊荷重係数を目的関数に導入した構造最適化手法を提案し、その有効性を 2 次元の鉄骨骨組に対して検証を行った。

本研究では外力として水平荷重のみを考慮していた

が、今後は固定荷重などの鉛直荷重を考慮して構造最適化を行い、3 次元骨組や規模を大きくしたときの本手法の適用可能性について検証していきたい。

【参考文献】

- 1) S. Fujita and M. Ohsaki. Shape optimization of free-form shells using invariants of parametric surface. *International Journal of Space Struct.*, Vol. 25, No. 3, pp. 143–157, 2010.
- 2) Y. Kanno. Mixed-integer second-order cone programming for global optimization of compliance of frame structure with discrete design variables. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 54, pp. 301–316, 2016.
- 3) W. Prager and R. T. Shield. A general theory of optimal plastic design. *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, pp. 184–186, 1967.
- 4) S. Mitchell. An introduction to pulp for python programmers. *The Python Papers Monograph*, Vol. 1, , 2009.
- 5) M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. *SoftwareX*, Vol. 7, pp. 6–11, 2018.1.
- 6) M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.