

# GANによるトポロジー最適化形状の生成

## -機械学習による発想支援システムの提案-

### Generating Topology-Optimized Shapes with GAN

#### -Proposal for an idea support system using machine learning-

○三宅 智大\*1, 横須賀 洋平\*2  
Tomohiro MIYAKE\*1 and Yohei YOKOSUKA\*2

\*1 鹿児島大学大学院理工学研究科工学専攻建築学プログラム 大学院生  
Graduate student, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima University

\*2 鹿児島大学学術研究院理工学域工学系 准教授 博士(情報科学)  
Associate Professor, Graduate School of Science and Engineering, Kagoshima University, Ph.D

キーワード：トポロジー最適化; 敵対的生成ネットワーク; 深層学習;  
畳み込みニューラルネットワーク; 密度法; 最適性規準法

Keywords: Topology optimization; Generative Adversarial Networks; deep learning;  
convolutional neural network; SIMP method; OC method.

## 1. はじめに

近年、機械学習による構造設計や構造最適化の意思決定に関する研究が数多く報告されている。最近の特筆する機械学習による進展分野は、主に画像処理を介する分野であり、特徴量を抽出する深層学習における畳み込みやプーリングの処理が必要となる。特徴量を抽出する学習を他のデータ構造に応用することは困難であるため、建築構造では安全性を阻害する危険因子を画像処理によって検知する研究が多く、最適化問題における応用研究は限定されてしまう。一方で、連続体要素によるトポロジー最適化問題は、高い自由度を維持した状態で部材の接続関係を表す位相を変化させることが可能な最適化問題であり、画像処理におけるデータ構造と同一視することができる。したがって、畳み込みニューラルネットワークを用いた深層学習に適用することが可能である。敵対的生成ネットワーク(Generative Adversarial Network: GAN)は、大量の画像データセットを学習することでノイズ画像から特徴量を含んだ生成モデルを高速に出力することが可能である。トポロジー最適化形状を学習することで、これらの特徴量を有する多様な形状を継続的に生成することができる。

本研究では、GANによる形状発想支援の有用性を示すことを目的とする。本稿では、この目的のためにGANによるトポロジー最適化形状の再現、特徴量の学習によるGANが生成する多様な形状及びトポロジー最適化形状の特徴を補間した異なる形状を示す。二次元平面の解析モデルを対象としたSIMP法によるトポロジー最適化を採用し、最適化は最適性規準法を用いて解く。トポロジー最適化問題は、コンプライアンス最小化問題とする。

GANは、生成器の入力データに条件を与えることが可能な条件付き敵対的生成ネットワーク(Conditional GAN: CGAN)を採用する。

数値計算例1では、片持ち梁のトポロジー最適化形状を荷重節点でラベル分けしたデータセットを用いて学習を行い、学習済み機械学習モデルからデータ生成を行うことで、GANのトポロジー最適化形状に対するデータの再現可能性を検証する。数値計算例2では、様々な片持ち梁のトポロジー最適化形状を同一ラベルとして設定したデータセットを用いて学習を行い、学習済み機械学習モデルからデータ生成を行うことで、GANによる多様な形状及びトポロジー最適化形状の特徴を補間した異なる形状データの生成可能性を検証する。

## 2. トポロジー最適化

トポロジー最適化は、構造物の最適な位相を得るために与えられた制約や条件の下で設計領域における材料の最適な配置を求める手法である<sup>1)-3)</sup>。定義される条件には、所望の構造物に必要な材料密度とともに、荷重条件、境界条件が含まれる。最適化問題の定式化は以下となる。

$$\begin{aligned} \text{Find : } & \mathbf{x} \\ \text{to minimize : } & c(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^n E_e(x_e) \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \quad (1) \\ \text{subject to : } & V(\mathbf{x})/V_0 = f \\ & 0 \leq x_e \leq 1 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{x}$ : 要素密度ベクトル、 $c$ : コンプライアンス、 $\mathbf{U}$ : 節点変位ベクトル、 $\mathbf{K}$ : 全体剛性行列、 $\mathbf{u}_e$ : 要素変位ベクトル、 $\mathbf{k}_0$ : 単位弾性係数を有する要素剛性行列、 $E_e$ : 要素弾性係数、 $x_e$ : 要素密度、 $n$ : 設計領域を離散化する要素数、 $V(\mathbf{x})$ : 材料容積、 $V_0$ : 設計領域容積、 $f$ : 所定の

容積分率である。

### 2.1. SIMP 法

設計領域は正方形有限要素で離散化される。また、各要素  $e$  には、その弾性係数  $E_e$  を決定する要素密度  $x_e$  が割り当てられている。

$$E_e(x_e) = E_{\min} + x_e^p(E_0 - E_{\min}), \quad x_e \in [0, 1] \quad (2)$$

ここで、 $E_0$  : 材料の弾性係数、 $E_{\min}$  : 有限要素解析において数値的不安定性を回避するためのパラメータ、 $p$  : ペナルティパラメータである。以下の式を用いて要素剛性行列  $\mathbf{k}_e$  を算出する。

$$\mathbf{k}_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_0 \mathbf{B} d\Omega \quad (3)$$

ここで  $\mathbf{B} = \partial \mathbf{N}$ 、 $\mathbf{N}$  : 形状関数ベクトル、 $\mathbf{D}_0$  : 単位弾性係数を有する構成行列である。

### 2.2. 最適性規準法 (Optimality Criteria method: OC 法)

トポロジー最適化問題は最適性規準法によって解く。

$$x_e^{new} = \begin{cases} \max(0, x_e - m) & \text{if } x_e B_e^\eta \leq \max(0, x_e - m) \\ \min(1, x_e + m) & \text{if } x_e B_e^\eta \geq \min(1, x_e + m) \\ x_e B_e^\eta & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$B_e = -\frac{\partial c}{\partial x_e} / \lambda \frac{\partial V}{\partial x_e} \quad (5)$$

ここで、 $x_e$  : 材料密度、 $m=0.2$  : 正の変動限界、 $\eta=1/2$  : 数値減衰係数、 $\lambda$  : ラグランジュ定数である。チェッカーボードを回避するためのフィルタリングには感度フィルタリングを採用する。

## 3. GAN

### 3.1. 概念と目的関数

GAN とは、データを生成する生成器(Generator)と入力の真偽を識別する識別器(Discriminator)の二つのモデルで構成され、それらを競わせながら同時に訓練する機械学習技術である。本論では、図 1 に示す label  $[i]$  というデータセットのクラス情報を与えることで、生成結果に指向性を持たせることができる条件付き GAN(Conditional GAN)を用いた。4)-5) 目的関数は式(6)のように表される。今回作成した学習ネットワーク構成を図 2、表 1 にて示す。なお、プログラムの作成には python の機械学習ライ

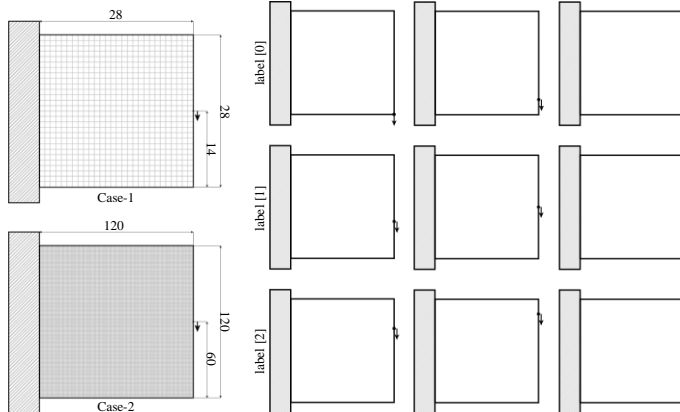


図 3 数値計算例 1 境界条件

ブラリ TensorFlow 1.14.1 を用いる。

$$\begin{aligned} & \min_G \max_D V(D, G) \\ & = \mathbf{E}_{x \sim P_{data}(x)} [\log D(x|y)] + \mathbf{E}_{z \sim P_z(z)} [\log(1 - D(G(z|y)))] \end{aligned} \quad (6)$$

### 4. 数値計算例 1: トポロジー最適化形状の再現

ここでは GAN による所望のラベルに対応するトポロジー最適化形状の再現可能性を検証する。形状の差異によってラベル分けを行うことで、ラベルに対応するトポロジー最適化形状の機械学習を行う。そして、学習後の生成器にラベルとノイズからなるベクトルを入力することで、形状の再現を試みる。

#### 4.1. 解析モデル (学習データセット)

解析を行う際、梁形状の設計領域を設定し、Case-1 : 28×28 要素に分割したもの、Case-2 : 120×120 要素に分割したものとする。各 Case の境界条件を図 3 に示す。

label  $[i]$  ( $i=0 \sim 2$ ) に属する各モデルの荷重作用節点は右下端部を 0 として要素数の差で表現する。Case-1 では label [0] : 0,4,8, label [1] : 10,14,18, label [2] : 20,24,28 と、Case-2 では label [0] : 0,14,29, label [1] : 45,60,75, label [2] : 90,105,120 として設定する。

データセットを作成する際、多様な学習データを用意するため、パラメータは設定範囲からランダムに決定する。パラメータの設定範囲は容積率  $V:0.30 \sim 0.40$ 、ペナル

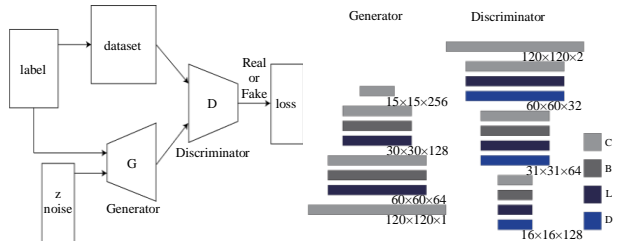


図 1 CGAN 概念図

図 2 120×120 における GAN ネットワーク構成図

表 1 GAN ネットワーク構成

Layer	28×28		120×120	
	generator	discriminator	generator	discriminator
1	C-7×7×256	C-28×28×2	C-15×15×256	C-120×120×2
2	CBL-14×14×128	CLD-14×14×64	CBL-30×30×128	CLD-60×60×32
3	CBL-14×14×64	CLD-7×7×64	CBL-60×60×64	CBLD-31×31×64
4	C-28×28×1	CLD-3×3×128	C-120×120×1	CBLD-16×16×128

C: Convolutional Layer, B: Batch Normalization Layer,  
L: Leaky ReLU, D: Dropout Layer

表 2 数値計算例 1 データセット例

	Case-1			Case-2		
label [0]						
	(0)	(4)	(8)	(0)	(14)	(29)
	label [1]					
(10)		(14)	(18)	(45)	(60)	(75)
label [2]						
	(20)	(24)	(28)	(90)	(105)	(120)

( )内は下端より荷重節点までの要素数

ティパラメータ  $p:2.5\sim3.0$ 、フィルタリング距離  $r_{min}:1.5\sim2.0$  である。以上の条件に基づき、各ケースにおいて最適化を 3000 回繰り返すことで、3000 枚の画像を収集し、これらを GAN 学習用データセットとして用いる。学習用データセットに用いるトポロジー最適化形状の代表例を表 2 に示す。

#### 4.2. 数値計算結果

表 3 ではそれぞれのモデルに対して、GAN により生成した形状とトポロジー最適化によって得られる形状、容積率  $V$ 、コンプライアンス  $c$ 、生成時間比  $t$  を示す。生成時間比  $t$  は各 Case の label[1]におけるトポロジー最適化の形状生成に要する時間を 1.000 とし、その他の生成時間はそれに対する比で示している。なお、ここでは GAN による形状生成時間について学習時間を省いている。表 2、3 から GAN によるトポロジー最適化形状の再現が可能であることがわかる。Case-1 において、それぞれの形状のコンプライアンス  $c$  を比較するといずれのラベルにおいても GAN による形状の値が最適化形状に近い値が出ている。さらに、計算時間比  $t$  を比較すると GAN は 2 倍以上速く出力していることがわかる。以上より、低解像度かつ中間密度が少ない条件であれば、最適解近傍の優れた構造形状を高速で出力することが確認できる。Case-2 においても同様に、GAN による生成形状のコンプライアンス  $c$  は優れた値を示している。高速性は要素数が大きくなるほど優位であることがわかる。いずれの Case においても GAN による出力速度が最適化による出力速度を上回っており、さらには画素数（要素数）が大きい Case-2 では、この傾向は顕著になっている。また、Case-2, label[0]のように GAN による生成形状では部分的に部材の連続性が損なわれている例も存在する。

表 3 数値計算例 1 形状比較

Case	Case-1		Case-2		
	GAN	解析	GAN	解析	
label [0]	形状				
	$V$	0.387	0.385	0.362	0.362
	$c$	28.945	26.587	25.899	22.345
	$t$	0.251	0.622	0.00219	0.754
label [1]	形状				
	$V$	0.308	0.309	0.355	0.355
	$c$	38.038	31.839	21.930	21.496
	$t$	0.248	1.000	0.00221	1.000
label [2]	形状				
	$V$	0.361	0.361	0.369	0.369
	$c$	32.459	28.660	22.580	22.060
	$t$	0.248	0.634	0.00193	0.783

$V$ :容積率、 $c$ :コンプライアンス[N・mm]、 $t$ :計算時間比

## 5. 数値計算例 2: トポロジー最適化形状の生成

ここでは GAN による学習データセットに存在しないトポロジー最適化形状の特徴を補間した形状の生成可能性を検証する。多様な形状データに同一ラベルを設定することで、トポロジー最適化形状の特徴を補間するよう機械学習を行う。そして、学習後の生成器にラベルとノイズからなるベクトルを入力することで、形状の生成を試みる。

### 5.1. 解析モデル（学習データセット）

対象とする境界条件は  $28\times 28$  分割された正方形の設計領域である。設計領域は、左側端部の全節点を固定する。設計領域上部に鉛直下向きに等分布荷重を設定し、荷重条件 1:目的荷重とする。荷重条件 1 と共に、以下の式(7)を満たす領域内からランダムに決定された節点に荷重を設定し、荷重条件 2:付加荷重とする。この意味は支持点を設けた場合の反力である。荷重条件 2 は水平左向きの荷重成分  $f_{xa}$  と鉛直上向きの荷重成分  $f_{ya}$  がランダムで決定され、力の合成を行うことで向きを決定する。荷重成分の範囲は  $0\leq(f_{xa}, f_{ya})\leq 1$  である。荷重条件 1,2 を複合し、データ作成時の境界条件例を図 4 に示す。

$$y_a \leq 14, x_a + y_a \leq 28 \quad (7)$$

また、非最適解のデータの学習を同時に行う。これはデータセットを大きくし、最適解との差異を学習することで、生成結果を安定させるためである。非最適解の設定は、最適解の収束時のコンプライアンス  $c$  を計算し、その値の  $\alpha$  倍以下となる時点の形状を非最適解として設定する。 $\alpha$  は 1.5, 2.5 のいずれかより乱数選択で決定する。

以上の境界条件と非最適解の設定を踏まえて、データセットを作成する。データセット内のラベリングは label [0]:最適解、label [1]:非最適解として設定する。データセ

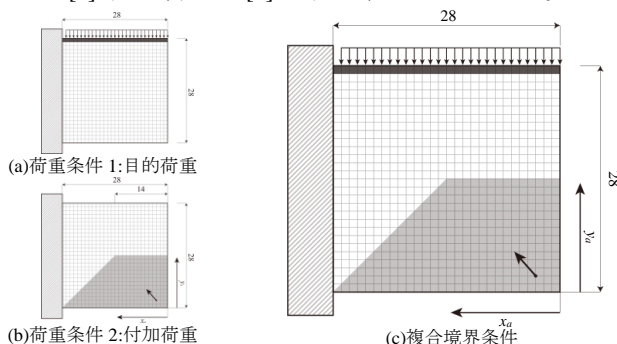


図 4 数値計算例 2 境界条件

表 4 数値計算例 2 データセット例

label[0]:最適解			label[1]:非最適解		

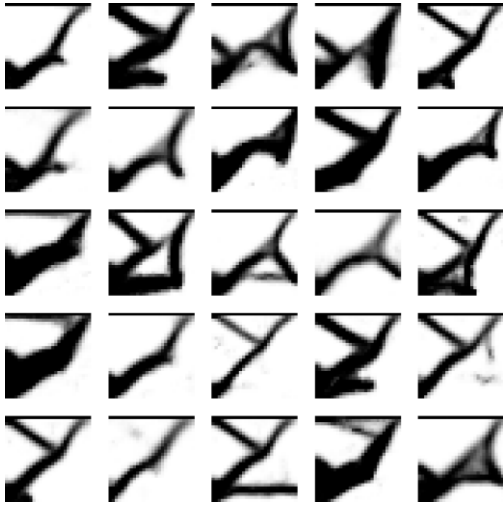


図5 数値計算例2 生成形状

ットを作成する際、学習データを多様化するためにパラメータは設定範囲よりランダムに決定する。各パラメータの設定範囲は、容積率  $V:0.20\sim0.50$  (0.01 刻み)、ペナルティパラメータ  $p:2.5\sim3.0$  (0.1 刻み)、フィルタリング距離  $r_{min}:1.5\sim2.5$  とする。この範囲からランダムで決定され、トポロジー最適化を行う。この最適化を 1000 回繰り返すことで、2000 枚の画像をそれぞれ収集し、学習用データセットとして用いる。代表例を表 4 に示す。

### 5.2. 数値計算結果

図 5 では 10000 回の学習後に生成器によって label [0] の最適解より学習した形状を 100 桁のランダムノイズから 25 個出力したものを示す。生成結果から様々な形状が偏りなく生成されていることが確認できる。ここでは GAN による出力形状とデータセット内のトポロジー最適化形状の類似性を確認するために、以下の式(8)を用いて画像間距離 (L1 ノルム) を求めることで比較検証する。

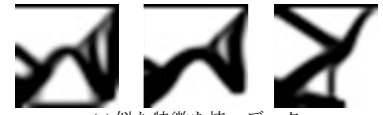
$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| = \sum_{i=1}^{28} \sum_{j=1}^{28} |x_{ij} - y_{ij}| \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{x}$ : GAN による生成形状画像、 $\mathbf{y}$ : データセット内画像のそれぞれのグレースケールである。

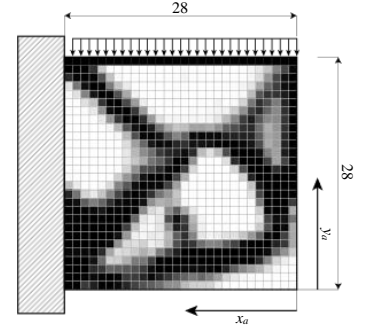
表 5 では、label [0] の GAN による生成形状画像とデータセット内のトポロジー最適化形状画像の画像間距離を用いて比較し、最も画像間距離が小さかったトポロジー最適化形状を示している。また、5.1 節で述べた荷重条件 1: 目的の荷重に対するコンプライアンス  $c$  をそれぞれの形状に対して示している。表 4 より、生成形状はデータセット内の形状と類似した形状とデータセット内の形状とは異なる形状の両方を確認した。試行 1,2 では画像間距離も小さく、データセット内のトポロジー最適化形状と類似した形状が出力されていることがわかる。試行 3 では画像間距離が大きく、GAN によりデータセット内のトポロジー最適化形状とは異なる形状が出力されている

表 5 数値計算例 2 形状比較

方法		GAN	解析
試行 1	形状		
	$c$	27.777	27.010
	$norm$	60073.0	
試行 2	形状		
	$c$	40.551	33.305
	$norm$	52122.0	
試行 3	形状		
	$c$	41.161	27.244
	$norm$	64938.0	
		$c$ :コンプライアンス[N・mm]、 $norm$ :画像間距離(L1 ノルム)	



(a) 似た特徴を持つデータ



(b) 生成形状境界条件の解釈

図 6 生成形状考察

ことがわかる。

### 5.3. 考察

試行 3 の形状についてはトポロジー最適化では確認することができなかった形状である。しかし、データセット内には類似の特徴を有する形状が存在し、その例を図 6(a)に示す。これらに代表される形状の特徴を GAN が補間し、試行 3 の形状が生成されたと解釈できる。また、表 4 で示す目的の荷重に対するコンプライアンス  $c$  から試行 3 の形状が力学的に機能しうることがわかる。したがって、GAN によって多様な形状が生成されたと考える。

## 6. 結論

本論では、GAN によるトポロジー最適化形状の再現、特徴量の学習による GAN が生成する多様な形状及びトポロジー最適化形状の特徴を補間した異なる形状を確認した。以上のことより、GAN の形状発想支援における有用性を示した。今後は、詳細な境界条件をラベルとして入力し、より自由度の高い形状予測の可能性を検証する。また、三次元問題への拡張可能性を検討する。

### [参考文献]

- 1) Na Andreassen E, Clausen A, Schevenels M, Lazarov S B, Sigmund O: Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.43, 1–16, doi: 10.1007/s00158-010-0594-7, 2011.
- 2) 藤井大地, 鈴木克幸, 大坪英臣: 最適性規準法を用いた位相最適化におけるフィルタリング法, 日本建築学会構造系論文集, No.543, pp.105-112, 2001.
- 3) 日本計算工学会編, 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池昇: 計算力学レクチャーコーストポロジー最適化, 丸善, 2013.
- 4) Sharad Rawat, M.-H. Herman Shen: A Novel Topology Optimization Approach using Conditional Deep Learning, arXiv preprint, arXiv: 1901.04859, 2019.
- 5) Mehdi Mirza, Simon Osindero: Conditional Generative Adversarial Nets, arXiv preprint, arXiv: 1411.1784, 2014.