

逐次二次計画法によるラチスシェルの組合せ最適化 Combinatorial Optimization of Lattice Shells by Sequential Quadratic Programming

○竹下 佳太*1, 藤田 慎之輔*2
Keita Takeshita*1, Shinnosuke Fujita*2

*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生

Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu

*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード : 発見的手法 組み合わせ最適化 逐次二次計画法

Keywords : Meta-heuristic approach; Combinatorial optimization; Sequential quadratic programming

1. はじめに

近年, 鋼構造骨組の形状や断面を設計変数として, 高い剛性を獲得する研究が盛んにおこなわれている。主に, 設計変数を連続変数として扱い逐次二次計画法を用いた研究¹⁾や離散変数として扱い発見的手法で解く研究²⁾に分けられる。後者は計算時間を十分に与えれば, 良解が得られるが, 前者は比較的短い計算時間で局所最適性が保証される解を得ることができる。前者のような数理計画法で解く方が効果的であることは既往の研究から明白である。しかし, 断面形状を連続変数として扱って得られた最適解はそのままでは実用的ではない問題点もある。

本研究では, 断面形状を連続変数問題として逐次二次計画法で断面最適化を行った後, 得られた部材断面形状分布の近傍で規格材の断面を選択し, 再構築を行う。筆者ら³⁾は, 同様の提案を鋼管で構成されたラチスシェルに対して, 目的関数をひずみエネルギーにし, ひずみエネルギー最小化を行い, 本提案の有効性について述べた。そこで本研究では, 目的関数を体積にし, 体積最小化を行う。規格材の断面の選択という離散性の考慮と計算コストの削減の両立を狙う。得られた最適化結果を比較し, 提案手法の有効性を示す。

2. ラチスシェルの部材断面の組合せ最適化の方法

円形鋼管で構成されるラチスシェルを対象として, 断面寸法を連続変数として扱い, 逐次二次計画法により, 最適な部材断面分布を得る。その後, 得られた部材断面を規格材に変換する後処理を施すことで, 部材断面の組合せ最適解を得る手法を提案する。また, 提案手法の有効性を確認するために, 同様の問題を発見的手法で解き, 得られた結果と提案手法による結果との比較を

行う。本節ではそれぞれのアルゴリズムについて概説する。

2.1. 連続変数問題としての断面最適化

合計 m 個の部材で構成されるラチスシェルに対し, 鋼管の外径, および板厚を設計変数とし, 鋼管の外径と板厚を集めたベクトルをそれぞれ \mathbf{d} , \mathbf{t} と定義する。

$$\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_e, \dots, d_m]^T \quad e = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_e, \dots, t_m]^T \quad e = 1, \dots, m \quad (2)$$

鋼管の規格材の部材リスト (種類数 r) の外径と板厚を集めたベクトルをそれぞれ $\bar{\mathbf{d}}$, $\bar{\mathbf{t}}$ と定義する。

$$\bar{\mathbf{d}} = [\bar{d}_1, \dots, \bar{d}_i, \dots, \bar{d}_r]^T \quad i = 1, \dots, r \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{t}} = [\bar{t}_1, \dots, \bar{t}_i, \dots, \bar{t}_r]^T \quad i = 1, \dots, r \quad (4)$$

外径が重複している断面の内, 板厚が最大の断面を集めたベクトルを $\bar{\mathbf{t}}_{\max}$, 板厚が最小の断面を集めたベクトルを $\bar{\mathbf{t}}_{\min}$ とそれぞれ定義する。外径と $\bar{\mathbf{t}}_{\max}$, $\bar{\mathbf{t}}_{\min}$ との関係から, 最小二乗法により外径 d_e を引数として要素 e の板厚の上下限値を定義する 6 次の近似曲線 $t_e^u(d_e)$, $t_e^l(d_e)$ を算出する。また, \bar{d}_i の最大値及び最小値を \bar{d}_{\max} , \bar{d}_{\min} とし, 以下のような最適化問題を考える。

$$\underset{\mathbf{d}, \mathbf{t}}{\text{minimize}} \quad V \quad (5a)$$

$$\text{subject to} \quad k_e \leq 1 \quad e = 1, \dots, m \quad (5b)$$

$$\bar{d}_{\min} \leq d_e \leq \bar{d}_{\max} \quad e = 1, \dots, m \quad (5c)$$

$$t_e^l(d_e) \leq t_e \leq t_e^u(d_e) \quad e = 1, \dots, m \quad (5d)$$

ここで, V は骨組の総体積である。式 (5d) の制約条件の存在により, 規格材の部材リストに分布している範囲内の断面寸法に制約される。式 (5b) の k_e は要素 e の検定比 (許容応力度⁴⁾ に対する存在応力度の比) を表であ

る。この最適化問題を本論文では **method1** と呼ぶことにする。

2.2. 規格断面化

method 1 で得られた最適解の外径, 板厚を集めたベクトルをそれぞれ \bar{d}^* , \bar{t}^* とする。また, 部材リストの断面積を集めたベクトルを \bar{A} とする。

$$\bar{A} = [\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_i, \dots, \bar{A}_r]^T \quad i = 1, \dots, r \quad (6)$$

以下の手順で連続変数として扱われた断面を規格材の断面に置き換える操作を行う。

step 1 $e = 1$ とする。

step 2 \bar{d} の中から d_e^* に最も近い値を選び, その値を \hat{d} とする。

step 3 $\bar{d}_i = \hat{d}$ となる i の集合を S とする。

step 4 $\bar{t}_i (i \in S)$ の中で, t_e^* に最も近い値を選び, その値を \hat{t} とする。

step 5 $d_e^* = \hat{d}$, $t_e^* = \hat{t}$ に部材断面を置き換える。

step 6 $e = m$ のとき全ての部材が規格材へと置き換わる。そうでなければ $e = e + 1$ として **step 2** へもどる。

step 7 弾性解析を行い, 全ての部材が検定比 1 を超えていない場合, 再構築が完了する。そうでない場合, **step 8** へと進む

step 8 検定比 1 を超える部材の断面積を集めたベクトルを \bar{A}^* として, ベクトルの大きさを n とする。

step 9 $j = 1$ とする。

step 10 \bar{A} の中から $\bar{A}^*_j < \bar{A}_i$ を満たす \bar{A}_i を集めた i の集合を T とする。

step 11 $\bar{A}_i (i \in T)$ の中で最小の断面積を有する鋼管の外径を \tilde{d} , 厚みを \tilde{t} とし, 検定比 1 を超える部材の断面寸法は, \tilde{d} , \tilde{t} に置き換える。

step 14 $j = n$ でない場合, $j = j + 1$ として, **step 8** へと戻る。 $j = n$ のとき, **step 7** へと戻る。

本手法を **method2** と定義する。

2.3. 離散変数問題としての断面最適化

y 軸及び z 軸まわりの断面二次モーメント, ねじり定数, y 軸及び z 軸まわりの断面係数をそれぞれ $\bar{I}, \bar{J}, \bar{Z}$ とする。

$$\bar{I} = [\bar{I}_1, \bar{I}_2, \dots, \bar{I}_r]^T \quad (7a)$$

$$\bar{J} = [\bar{J}_1, \bar{J}_2, \dots, \bar{J}_r]^T \quad (7b)$$

$$\bar{Z} = [\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \dots, \bar{Z}_r]^T \quad (7c)$$

各要素に選択された部材断面番号を集めたベクトルを \mathbf{x} とする。

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m] \quad (8)$$

例えば, 要素 e に選択される断面の断面性能の組み合わせは

$\{\bar{A}_{x_e}, \bar{I}_{x_e}, \bar{J}_{x_e}, \bar{Z}_{x_e}\}$ となる ($x_e \in [1, \dots, r]$). **method 1**, **method 2** との比較の対象として, 離散変数 \mathbf{x} を設計変数とした次のような組み合わせ最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}}{\text{minimize}} && V \\ & \text{subject to} && k_e \leq 1 \quad e = 1, \dots, m \\ & && A_e = \bar{A}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \\ & && I_e = \bar{I}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \\ & && J_e = \bar{J}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \\ & && Z_e = \bar{Z}_{x_e} \quad e = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (9)$$

式 (9) は発見的手法の 1 種である MIDACO⁵⁾ を用いて解く。総計算時間は 24 時間とした。本手法を **method3** と定義する。

3. 解析モデル

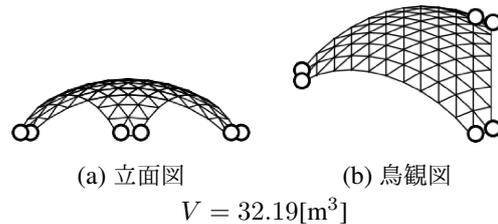


図 1: 例題 1 の初期形状 (裁断球殻)

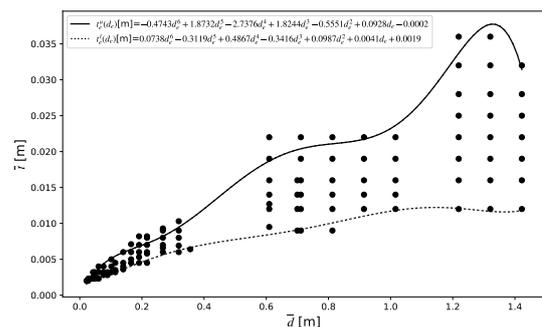


図 2: Material list

図 1 に示すような一辺が約 25m, ライズ約 7m を有する裁断球殻シェルを考える。境界条件は○位置でのピン支持とし, 1kN/m^2 の面荷重を各節点に振り分けて与えている。初期形状は全ての部材が外径 1.4224m, 板厚 0.012m の鋼管で構成されている。 V は総体積を示す。本研究では, 断面の種類数は $r = 112$ の部材リストを

取り扱う。横軸に外径，縦軸に板厚をとり，それぞれの部材リストの外径 \bar{d} および板厚 \bar{t} の関係と，2.1節で述べた板厚の上下限値を定義する6次の近似曲線 $t_e^u(d_e)$ ， $t_e^l(d_e)$ をプロットしたものを図2にそれぞれ示す。

4. 解析結果

$r = 112$ の部材リストに対する解析結果を図3~6及び，表1にそれぞれ示す。計算機はCPU: Intel Xeon E3-1230 V2(3.2GHz, 2プロセッサ)，MEM:16GBの性能のものを用いた。また，method 1~2における感度解析は差分近似により行った。図3には，method 1~3における最適解の部材配置図を示しており，図中の線の太さは部材の断面積に比例している。図4は，部材の端部と中央部の検定比を示しており，円が大きいと検定比が大きい。図5, 6には，それぞれmethod2, method3において選ばれた最適部材断面を，選ばれた個数をz軸にとって図2上に3次元プロットしたものである。表1には，method 1~3の最適解における総体積(V)，最大の検定比(k_{\max})と最適解に収束するまでに要した計算時間(Analysis time)を記している。なお，method2において，method1で得られた最適部材断面を規格部材化するのは一瞬で完了するため，method1の計算時間はそのままmethod2の計算時間と考えて差し支えない。

表1をみると，method1の体積値が，初期形状の体積値と比べて，大幅に減少している。規格材に置き換えた後の体積値は約12%増加していた。また，method1は1時間も満たずに，圧倒的に速く最適解を導いていることがわかる。一方で，method3では，method1で要した解析時間の数十倍の計算時間を与えながら，method1とmethod2の体積値を下回ることがなかった。さらに，図3のmethod1とmethod2の部材配置図をみると，支持点と支持点が結ぶ辺に比較的断面積が大きい断面寸法が選択されていることがわかる。method3では，多少対称性がない部材配置となっている。図4の(a)と(b)をみると，中央部の部材は検定比が集中し，効率良く部材を配置していることがわかるが，(c)では，method1とmethod2と比べて，やや耐力に余裕がある部材があることが確認できる。これらのことから，理論的手法で解いた最適解を基に規格材に置き換えた方が，良解を得られることがわかる。図5をみると，比較的断面寸法が小さい断面が，上限値曲線と下限値曲線の範囲内で選択されていることが確認できる。これはmethod1で設けた近似曲線により，規格材の断面寸法の範囲内から大きく乖離しないように働いていることがわかり，近似曲線に

よる制約が有効的であることがわかる。図6をみると，method3でも比較的断面寸法が小さい断面が選択されていることがわかる。

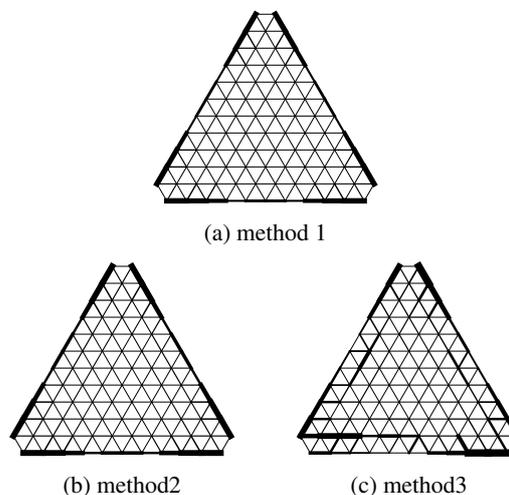


図3: Layout of material

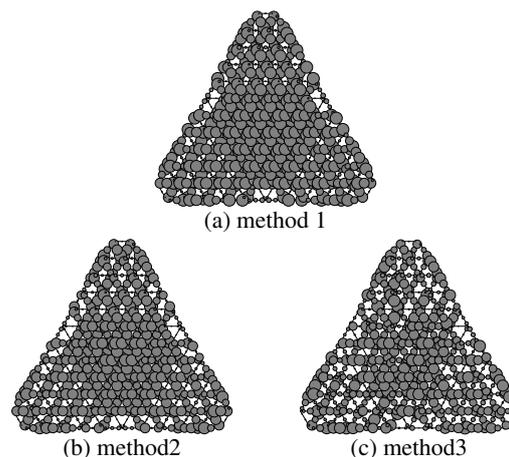


図4: Layout of stress

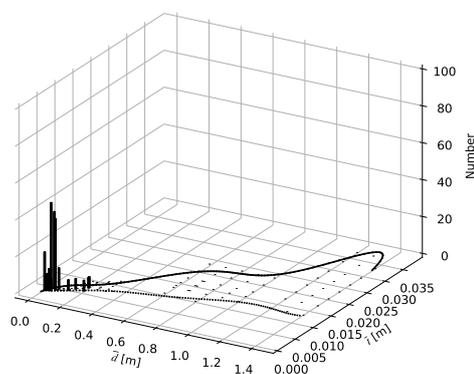


図5: Distribution of members obtained by method2

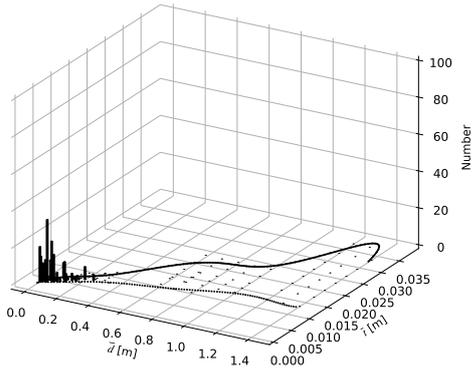


図 6: Distribution of members obtained by method3

表 1: Elasticity analysis result

$r=112$	method 1	method2	method3
$V[m^3]$	0.447	0.502	0.537
Analysis time[h]	0.122	-	24
k_e	1.000	0.998	1.001

5. 結論

本論文では、鋼管で構成されたラチスシェルに対して逐次二次計画法で解いた解から、規格材で再構築した解を比較し、どの手法が効率的か検証した。得られた結果は以下のようにまとめられる。

- 発見的手法で解いた最適解よりも、本提案の方が少ない計算時間で優れた最適解を導く。
- method1 で設けた制約曲線が有効であった。

6. 今後の展望

今後の展望として、今回は設計変数が外径と厚みの2つだけであったが角型の長方形鋼管などの縦と横の長さ、それぞれの肉厚の値で構成される合計4つの変数の断面寸法への拡張や鉄筋コンクリート等への応用が考えられる。また、本研究では、梁の断面寸法を設計変数としていたが、柱の断面寸法を設計変数にし、不要な柱を削除する等の最適化問題へと拡張することも考えられる。

【参考文献】

- 1) S. Fujita and M. Ohsaki. Shape optimization of latticed shell defined by parametric surface for uniform member length and maximum stiffness. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol. 78, No. 685, pp. 495–502, 2013.3. (in Japanese)
藤田慎之輔, 大崎純: パラメトリック曲面で定義されたラチスシェルの部材長一様化と剛性最大化を目的とした形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 685, pp. 495–502, 2013. 3.

- 2) M. Ohsaki. Local search for multiobjective optimization of steel frames. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol. 73, No. 634, pp. 2135–2141, 2008.12. (in Japanese)
大崎純: 局所探索法による鋼構造骨組の多目的最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 73, No. 634, pp. 2135–2141, 2008. 12.
- 3) K. Takeshita and S. Fujita. Combinatorial optimization of standardized member cross sections of latticed shells as a continuous optimization problem. *Journal of Structural Engineering (Transactions of AIJ)*, No. 67B, pp. 173–181, 2021.3. (in Japanese)
竹下佳太, 藤田慎之輔: 連続変数最適化問題として解くラチスシェルの規格断面の組合せ最適化, 構造工学論文集, Vol. 67B, pp. 173–181, 2021. 3.
- 4) Architectural Institute of Japan. Aij standard for allowable steel design of steel structures. No. 1, 2019.10. (in Japanese)
AIJ 一般社団法人 日本建築学会: 鋼構造許容応力度設計規準, 第1刷, 2019. 10.
- 5) M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.