

連続変数として解く鋼管とH形鋼を併用したラチスシェルの部材断面最適化 Cross-section Optimization of Latticed Shells Consist of Steel Pipes and H-beams Solved as Continuous Variables

○田村 直大*¹, 藤田 慎之輔*²
Naohiro TAMURA*¹, Shinnosuke FUJITA*²

*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生

Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu

*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード : 逐次二次計画法; 組合せ最適化; 連続変数

Keywords : Sequential quadratic programming; combinatorial optimization; continuous variables.

1. はじめに

近年、鋼構造骨組を対象として、力学的に合理的な部材断面の組合せを最適化手法によって獲得しようとする研究が多く行われている¹⁾²⁾。部材断面の最適化では、流通材の利用を念頭に置いた場合、規格化された部材断面で構成する必要があるため、最適化問題は離散変数として定式化され発見的手法により解くのが一般的である。発見的手法は最適解を得るために長時間の計算コストをかけることによってある程度の最適性が保証される。対して連続変数として解く数値計画法は比較的短時間で解くことが可能であり、さらに局所最適性が数学的に保証される。ただし、計算コストの面でメリットが大きい一方で、離散変数を扱うことが難しく、汎用性に乏しいため、そのまま鋼構造骨組の組合せ最適化問題に適用することは難しい。

そこで既往の研究³⁾では設計変数に部材の断面寸法を用いることで連続変数問題として最適化を行い、その後規格材に置き換えるという手法が提案された。当該研究では少ない計算コストで優良な解形態を獲得している。しかし断面寸法を設計変数として用いるため部材の断面形状は鋼管に限定されている。そこで本研究では共通のパラメータとなる断面積、断面二次モーメントを設計変数として用いることで、断面形状の異なる鋼管とH形鋼が併用されたラチスシェルを連続変数問題として扱い逐次二次計画法により最適化を行い、その後規格材に置換する手法を提案し、提案手法の有効性を示す。

2. 連続変数としての最適化方法

本研究では、円形鋼管とH形鋼が併用された単層ラチスシェルを対象とし、弾性解析に用いる断面積、 y (強)

軸および z (弱)軸まわりの断面二次モーメントを連続変数として扱い、逐次二次計画法により力学的に最適な部材断面配置を得る。その後得られた部材断面を規格材に変換する処理を行うことで部材断面の組合せ最適解を取得する方法を提案する。この節ではアルゴリズムについて概説する。

2.1. 連続変数問題としての断面最適化

骨組を構成する各要素の断面積、 y 軸および z 軸まわりの断面二次モーメント、ねじり定数を集めたベクトルをそれぞれ \mathbf{A} , \mathbf{I}_y , \mathbf{I}_z , \mathbf{J} と定義する。ただし、ねじり定数は \mathbf{I}_z の関数として式(5)より算出する。

$$\mathbf{A} = [A_1, \dots, A_m]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{I}_y = [I_{y1}, \dots, I_{ym}]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{I}_z = [I_{z1}, \dots, I_{zm}]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{J} = [J_1, \dots, J_m]^T \quad (4)$$

$$J_e = 2 \frac{I_{ze}}{I_{ye}} \times I_{ye} = 2I_{ze} \quad e = 1, \dots, m \quad (5)$$

ここで m は要素数である。鋼管とH形鋼の規格材の部材リスト(種類数 r)の断面積、 y 軸まわりの断面二次モーメント、 z 軸まわりの断面二次モーメント、ねじり定数を集めたベクトルをそれぞれ $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{I}}_y$, $\bar{\mathbf{I}}_z$, $\bar{\mathbf{J}}$ と定義する。また部材リストの各規格材の y 軸まわりの断面二次モーメントと z 軸まわりの断面二次モーメントの和を集めたベクトルを $\bar{\mathbf{I}}_{yz}$ と定義する。

$$\bar{\mathbf{A}} = [\bar{A}_1, \dots, \bar{A}_r]^T \quad (6)$$

$$\bar{\mathbf{I}}_y = [\bar{I}_{y1}, \dots, \bar{I}_{yr}]^T \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{I}}_z = [\bar{I}_{z1}, \dots, \bar{I}_{zr}]^T \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{J}} = [\bar{J}_1, \dots, \bar{J}_r]^T \quad (9)$$

$$\bar{I}_{yz} = \bar{I}_y + \bar{I}_z \quad (10)$$

断面積 \bar{A} と y 軸まわりの断面二次モーメント \bar{I}_y の散布図から上下限値を定義する 4 次の近似曲線 $I_{y_e}^u(A_e)$, $I_{y_e}^l(A_e)$ を算出する. 同様に断面積 \bar{A} と, y 軸まわりの断面二次モーメントと z 軸まわりの断面二次モーメントの和 \bar{I}_{yz} の散布図から上下限値を定義する 4 次の近似曲線 $I_{yz_e}^u(A_e)$, $I_{yz_e}^l(A_e)$ を算出し, 断面積および, y 軸, z 軸まわりの断面二次モーメントを設計変数とした次のような連続変数問題を考える.

$$\begin{aligned} & \underset{A, I_y, I_z}{\text{minimize}} && \frac{1}{2} \mathbf{u}^\top \mathbf{K} \mathbf{u} \\ & \text{subject to} && V - V_{\max} \leq 0 \\ & && A_{\min} \leq A_e \leq A_{\max} \quad e = 1, \dots, m \\ & && I_{z_e} - I_{y_e} \leq 0 \quad e = 1, \dots, m \\ & && I_{y_e}^l(A_e) \leq I_{y_e} \leq I_{y_e}^u(A_e) \quad e = 1, \dots, m \\ & && I_{yz_e}^l(A_e) \leq I_{yz_e} \leq I_{yz_e}^u(A_e) \quad e = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (11)$$

ここで, \mathbf{u} は節点変位ベクトル, \mathbf{K} は線形弾性剛性行列, V は骨組の総体積, V_{\max} は V の上限値, A_{\min} は A の下限値, A_{\max} は A の上限値である. この最適化問題を解く手法を Step1 とする.

2.2. 規格材への置換

Step1 で得られた最適解から規格材へ置換する方法として, 2 手法を提案する.

Step2-1

Step1 で得られた断面を, e 番目の要素の断面性能 A_e, I_{y_e}, I_{z_e} と, 部材リストの i 番目の規格材の断面性能 $\bar{A}_i, \bar{I}_{y_i}, \bar{I}_{z_i}$ の差が最小となる規格材に置換する. 要素 e の各設計変数と部材リストの断面性能の差の和の最小値を δ_e とする.

$$\delta_e = \min \left\{ \left(1 - \frac{A_e}{\bar{A}_1}\right)^2 + \left(1 - \frac{I_{y_e}}{\bar{I}_{y_1}}\right)^2 + \left(1 - \frac{I_{z_e}}{\bar{I}_{z_1}}\right)^2, \right. \\ \vdots \\ \left. \left(1 - \frac{A_e}{\bar{A}_r}\right)^2 + \left(1 - \frac{I_{y_e}}{\bar{I}_{y_r}}\right)^2 + \left(1 - \frac{I_{z_e}}{\bar{I}_{z_r}}\right)^2 \right\} \\ e = 1, \dots, m \quad (12)$$

$$\mathbf{m}^1 = [m_1^1, \dots, m_m^1]^\top \quad (13)$$

δ_e を与える規格材の番号を集めたベクトルを \mathbf{m}^1 とする. Step2-1 により置換された要素 e の断面性能は部材リストの m_e^1 番目の断面性能 $\{\bar{A}_{m_e^1}, \bar{I}_{y_{m_e^1}}, \bar{I}_{z_{m_e^1}}, \bar{J}_{m_e^1}\}$ となる.

この手法を Step2-1 とする.

Step2-2

続いて, 要素にかかる荷重から置換の優先順位をつける方法を提案する. はじめに各設計変数と規格材の差の最小値をそれぞれ δ_{eA} , δ_{eI_y} , δ_{eI_z} とする. また δ_{eA} , δ_{eI_y} , δ_{eI_z} を与える規格材の番号をそれぞれ m_{eA}^2 , $m_{eI_y}^2$, $m_{eI_z}^2$ とする.

$$\delta_{eA} = \min \left\{ (A_e - \bar{A}_1)^2, \dots, (A_e - \bar{A}_r)^2 \right\} \\ e = 1, \dots, m \quad (14)$$

$$\delta_{eI_y} = \min \left\{ (I_{y_e} - \bar{I}_{y_1})^2, \dots, (I_{y_e} - \bar{I}_{y_r})^2 \right\} \\ e = 1, \dots, m \quad (15)$$

$$\delta_{eI_z} = \min \left\{ (I_{z_e} - \bar{I}_{z_1})^2, \dots, (I_{z_e} - \bar{I}_{z_r})^2 \right\} \\ e = 1, \dots, m \quad (16)$$

各要素の断面にかかる軸力, y 軸まわりの曲げモーメント, z 軸まわりの曲げモーメントを集めたベクトルをそれぞれ \mathbf{N} , \mathbf{M}_y , \mathbf{M}_z とし, それぞれの最大値を $N_{\max}, M_{y_{\max}}, M_{z_{\max}}$ とする.

$$\mathbf{N} = [N_1, \dots, N_m]^\top \quad (17)$$

$$\mathbf{M}_y = [M_{y_1}, \dots, M_{y_m}]^\top \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_z = [M_{z_1}, \dots, M_{z_m}]^\top \quad (19)$$

要素 e にかかる荷重を各最大値で除し, 比較した最大値を $p_{e_{\max}}$ とする.

$$p_{e_{\max}} = \max \left(\frac{N_e}{N_{\max}}, \frac{M_{y_e}}{M_{y_{\max}}}, \frac{M_{z_e}}{M_{z_{\max}}} \right) \quad (20)$$

要素 e が置換される部材リストの番号 m_e は式 (21) より求まる.

$$m_e^2 = \begin{cases} m_{eA}^2 & \text{if } p_{e_{\max}} = N_e/N_{\max} \\ m_{eI_y}^2 & \text{if } p_{e_{\max}} = M_{y_e}/M_{y_{\max}} \\ m_{eI_z}^2 & \text{if } p_{e_{\max}} = M_{z_e}/M_{z_{\max}} \end{cases} \quad e = 1, \dots, m \quad (21)$$

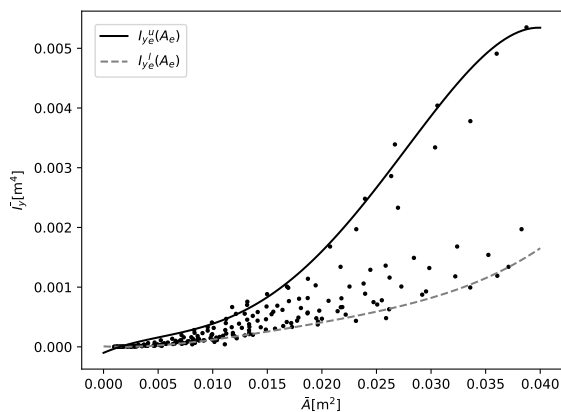
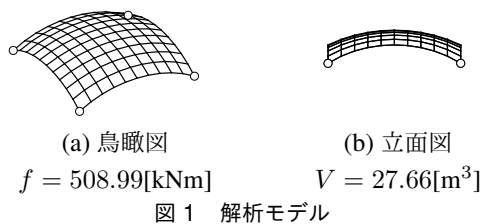
この m_e を集めたベクトルを \mathbf{m}^2 とする.

$$\mathbf{m}^2 = [m_1^2, \dots, m_m^2]^\top \quad (22)$$

Step2-2 により置換された要素 e の断面性能は部材リストの m_e^2 番目の断面性能 $\{\bar{A}_{m_e^2}, \bar{I}_{y_{m_e^2}}, \bar{I}_{z_{m_e^2}}, \bar{J}_{m_e^2}\}$ となる. この手法を Step2-2 とする.

3. 解析モデル

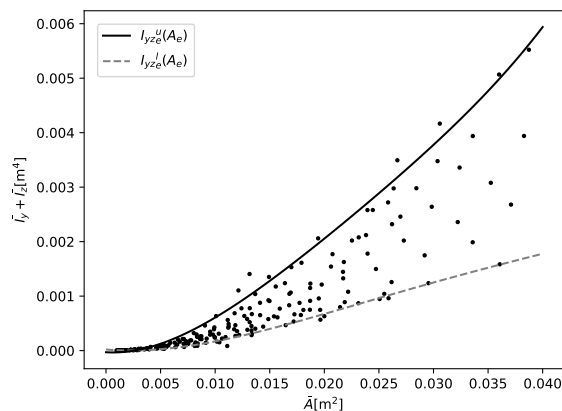
図 1 に示すスパン 30 m \times 30m, ライズ 10m の裁断球殻シェルを考える. 境界条件は図中に \circ で表した四



隅を固定支持とする。図下の f, V は初期形状のひずみエネルギーと総体積を示す。外力は積載荷重として 1kN/m^2 の面荷重を各節点に振り分けて与え、自重として 77kN/m^3 を作用させる。ヤング率は $2.05 \times 10^5 \text{N/mm}^2$ 、ポアソン比は 0.3 とする。初期形状の部材断面は全て外径 406.4mm 、板厚 16mm の円形鋼管で構成されている。体積の上限値は初期形状の総体積 $V_{\text{max}} = 27.66[\text{m}^3]$ 、断面積の下限値は部材リストの最小値 $A_{\text{min}} = 0.000981[\text{m}^2]$ 、上限値は $A_{\text{max}} = 0.04[\text{m}^2]$ とする。種類数 $r = 199$ の部材リストを用いる。図 2,3 に部材リストの規格材についての散布図および、2.1節で述べた上下限を定義する 4 次の近似曲線をそれぞれプロットしたものを示す。計算機は CPU: Intel(R) Core(TM) i7-2600K @3.40GHz, MEM: 16GB の性能のものを用いた。

4. 解析結果

図 4 に Step1 の最適化結果の部材断面配置図、図 5,6 に Step2 による置換後の部材配置図を示す。線の太さは部材の断面積に比例しており、Step2 の部材配置図は黒線が鋼管、赤線が H 形鋼を示している。図 7~9 は各 Step で得られた解の部材の個数を示しており、 x 軸に断面積、 y 軸に断面二次モーメント、 z 軸に選ばれた個数が示されている。ただし図 7 は得られた解が連続である



ため、 A_{min} から A_{max} および、規格材の y 軸まわりの断面二次モーメントの最小値から最大値の範囲を 100 に分割し、同一の範囲に存在する部材の数をグラフの z 軸に示してある。表 1 は初期形状と各最適化結果のひずみエネルギーと総体積を示す。Step1 の解析時間は 4177 秒であった。

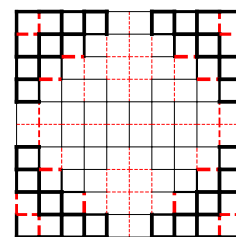
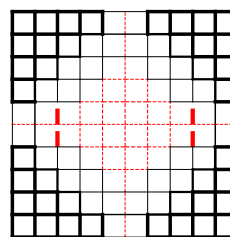
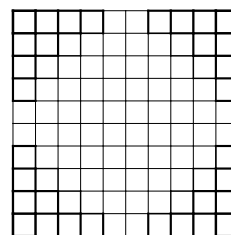


図 5 Step2-1 解析結果 図 6 Step2-2 解析結果

表 1 解析結果

	初期形状	Step1	Step2-1	Step2-2
$f[\text{kNm}]$	508.99	164.43	196.05	649.75
$V[\text{m}^3]$	27.66	27.66	30.91	27.70

図 4 から最適解は支持点近傍に部材断面が大きく、骨組中央付近に近づくに従って部材断面が小さくなっている。図 5 では支持点近傍に鋼管が使用され、中央付近に H 形鋼が使用された。対して図 6 の Step2-2 では鋼管

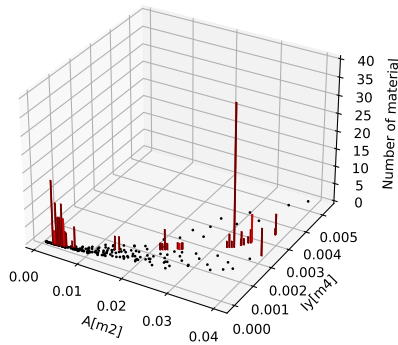


図7 部材分布 (Step1)

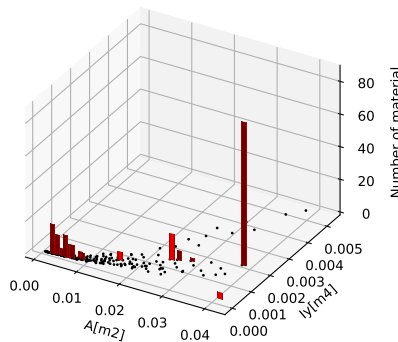


図8 部材分布 (Step2-1)

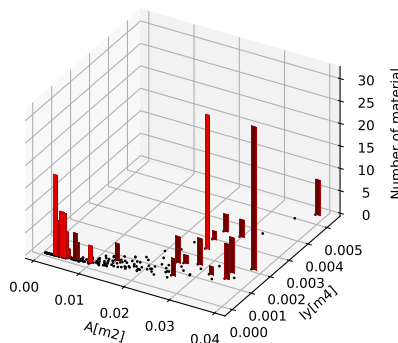


図9 部材分布 (Step2-2)

と H 形鋼が全体的に分散されて配置されている。図 7～9 を見てわかるように部材分布も Step2-1 では置換前と同じような分布になっているが、Step2-2 では断面の大きい部材はばらつきのある分布となっている。表 1 のひずみエネルギー、体積を見ると初期形状に比べ、Step1 及び、Step2-1 では大きくひずみエネルギーを減少させることに成功しているが、Step2-2 では増加する結果となった。これは 1 つの設計変数にのみ近い値の規格材を選択すると他の設計変数が大きく変化したためであると考えられる。

5. 結論

本論文では部材断面を連続変数として解き、その解から規格材へ置き換えるという手法を提案した。またその置換方法として、解析結果との差異を小さくする置換方法 Step2-1 と、断面にかかる荷重から置換の優先順位をつけ置換する Step2-2 の 2 手法提案し、比較することで有効性を検証した。本研究で得られた結論は以下のようによまとめられる。

- 設計変数を断面積、 y 軸と z 軸の断面二次モーメントとすることで鋼管と H 形鋼が併用された骨組を連続変数として解くことが可能。
- 連続変数問題として定式化された部材断面最適化問題を解いて得られた解を規格断面に置換する際には、特定の断面性能に対する差異が小さくなるように置換するよりも、複数の断面性能との差異が総合的に小さくなるように置換する方が、置換前後における力学性状の変動が小さい。

6. 今後の展望

本研究では、置換前後で力学性状に変化が生じ、制約の総体積を上回る結果となっていたため、制約を満たす異なる置換方法の検討が必要である。また今回の研究では応力についての考慮、座屈についての考慮がされていないため、目的関数、制約関数にひずみエネルギー、体積以外の指標の導入も必要である。

[参考文献]

- 1) 藤田慎之輔, 大崎純. 部材断面と形状の同時最適化によるラチスシェルの重量最小化. 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 709–710, 2015.9.
- 2) T. Kimura, M. Ohsaki, and R. Okazaki. Simultaneous optimization of brace locations and cross-sections of beams and columns of steel frames. *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol. 83, No. 752, pp. 1445–1454, 2018.10. (in Japanese) 木村俊明, 大崎純, 岡崎稜: 鋼構造骨組のブレース配置と柱・梁断面の同時最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 83, No. 752, pp. 1445–1454, 2018. 10.
- 3) K. Takeshita and S. Fujita. Combinatorial optimization of standardized member cross sections of latticed shells as a continuous optimization problem. *Journal of Structural Engineering (Transactions of AIJ)*, No. 67B, pp. 173–181, 2021.3. (in Japanese) 竹下佳太, 藤田慎之輔: 連続変数最適化問題として解くラチスシェルの規格断面の組合せ最適化, 構造工学論文集, Vol. 67B, pp. 173–181, 2021. 3.