ニューラルネットワークを用いて算出した崩壊荷重係数を考慮したラチスシェルの部材断面最適化
Member Section Optimization of Lattice Shells Considering Collapse Load Factor Obtained by Neural Network

○西江　太成[*1]，藤田　慎之輔[*2]
Taisei NISHIE[*1]，Shinnosuke FUJITA[*2]

*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生
Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu
*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授
Assoc. Prof., Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード：部材断面最適化; 多目的最適化; 崩壊荷重係数; シェル構造物; 機械学習; ニューラルネットワーク
Keywords：Member section optimization; multi-objective optimization; collapse load factor; shell structures; machine learning; neural network

1. はじめに

建築物の構造最適化では，目的関数をひずみエネルギーやコンプライアンス，設計変数を構造物の形状や部材断面とし，部材の使用量などを目的関数や制約条件に導入して最適化を行うことでコストを抑えた力学的合理性のある解を得るのが一般的である[1,2]．しかし，建築構造物には剛性以外にも耐力といった力学的性能も求められる．そこで，本研究ではラチスシェルに対し，部材断面を設計変数とし，ひずみエネルギーおよび部材の使用量に加えて崩壊荷重係数を目的関数に導入した構造最適化を行うことで，建築構造物の耐力を考慮したラチスシェルの部材断面最適化の有効性を検証する．構造設計実務では，崩壊荷重係数は一般に荷重増分解析法を用いて求められる．しかし，荷重増分解析法では剛性方程式を解く計算を繰り返すため，最適化で繰り返し参照される関数としては扱いづらい．そこで，線形計画問題として定式化が可能である極限解析[3]を用いる．しかし，線形計画問題として定式化した極限解析を最適化計算に組み込んだ際の計算コストは決して小さくない．そのため，本研究ではニューラルネットワークを用いて作成した崩壊荷重係数の予測モデルを極限解析の代わりに最適化計算に組み込むことを提案し，その有効性も検証していく．

2. 極限解析

本研究では，極限解析の下界定理を線形計画問題として定式化し，同問題を解くソルバーである mosek[4] によって崩壊荷重係数を算出する．極限解析の下界定理では，外力に対して構造物の内力が釣り合い式と降伏条件を満足するとき，求められた崩壊荷重係数は真の崩壊荷重係数と等しいかそれより小さい．したがって，λ を崩壊荷重係数，λ^* を真の崩壊荷重係数とすると次式が成り立つ．

$$\lambda \leq \lambda^* \tag{1}$$

この下界定理より，以下の線形計画問題を解くことで構造物の崩壊荷重係数を求めることができる．

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && \lambda && \text{(2a)} \\ &\text{subject to} && \boldsymbol{Hs} = \lambda \boldsymbol{f}_v && \text{(2b)} \\ & && \boldsymbol{Ys} = \boldsymbol{y} && \text{(2c)} \end{aligned}$$

ここで，$\boldsymbol{H}$ は全体釣り合い行列，$\boldsymbol{s}$ は内力ベクトル，$\boldsymbol{f}_v$ は鉛直方向の外力を表す定ベクトル，$\boldsymbol{Y}$ は降伏条件を示す係数行列，$\boldsymbol{y}$ は降伏時の定数ベクトルを表す．なお，降伏条件は計算の簡単のため図 1 に示すものを採用することとする．

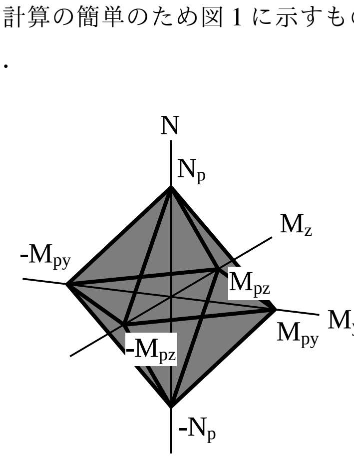


図 1　降伏条件

日本建築学会情報システム技術委員会
第44回情報･システム･利用･技術シンポジウム論文集，415-418，2021年12月，京都
Proceedings of the 44th Symposium on Computer Technology of Information，
Systems and Applications，AIJ，415-418，Dec.，2021，Kyoto

N は部材の軸力，My は部材の要素座標軸 y 軸回りのモーメント，Mz は部材の要素座標軸 z 軸回りのモーメント，N_p は部材の降伏軸力，M_{py} は部材の要素座標軸 y 軸回りの降伏モーメント，M_{pz} は部材の要素座標軸 z 軸回りの降伏モーメントを表す．

3. ニューラルネットワーク

機械学習は主に，教師あり学習，教師なし学習，強化学習の 3 種類に分けられ，ニューラルネットワークは教師あり学習の手法のうちの一つである．本研究ではこのニューラルネットワークを予測モデルの作成に用いる．ニューラルネットワークの構築には，Python で書かれた，TensorFlow 上で実行可能な高水準のニューラルネットワークライブラリである Keras[5] を用いた．図 2 にニューラルネットワークの構造の例を示す．

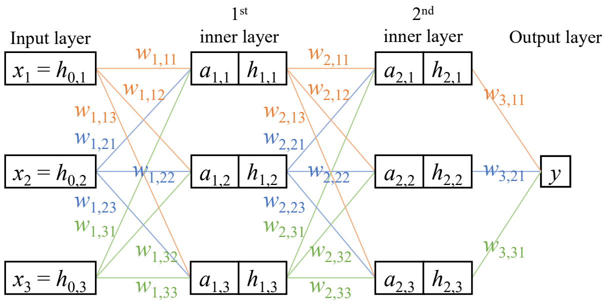


図 2　ニューラルネットワークの基本構造

ここで，中間層の 1 層目の計算例を示す．説明変数の数を i，中間層の数を j，中間層のノード数を $n_{1,\cdots,j}$ とすると，次式で表せる．

$$\boldsymbol{a_1} = \boldsymbol{W_1 h_0} \tag{3a}$$

$$\boldsymbol{a_1} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n_1} \end{bmatrix}^\top \tag{3b}$$

$$\boldsymbol{W_1} = \begin{bmatrix} w_{1,11} & \cdots & w_{1,1i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{1,n_1 1} & \cdots & w_{1,n_1 i} \end{bmatrix} \tag{3c}$$

$$\boldsymbol{h_0} = \begin{bmatrix} h_{0,1} & \cdots & h_{0,i} \end{bmatrix}^\top \tag{3d}$$

ここで，h_0 は説明変数ベクトル，W_1 は重み係数行列となる．式 (3) より算出された a_1 は活性化関数で変換されて，出力データ y を算出するまで式 (3) を繰り返す．活性化関数は relu（正規化線形関数），最適化アルゴリズムは adam[6]，損失関数は mse（平均二乗誤差），評価関数は mae（平均絶対誤差）を用いる．

4. 最適化問題

本研究では，鋼管のみで構成されるラチスシェルに対して，設計変数に鋼管の外径をとり，目的関数を崩壊荷重係数およびひずみエネルギー，部材の総体積とした次のような多目的最適化問題を解き，パレートフロントを生成する．

$$\underset{\boldsymbol{D}}{\text{minimize}} \quad \begin{cases} -\lambda_{\text{pred}} \\ E \\ V \end{cases} \tag{4a}$$

$$\text{subject to} \quad 300 \leq D_e \leq 900 \quad (e = 1, \cdots, m) \tag{4b}$$

$$t_e = \frac{D_e}{40} \quad (e = 1, \cdots, m) \tag{4c}$$

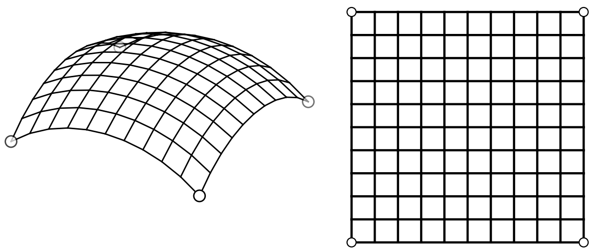
ここで，λ_{pred} はニューラルネットワークを用いて作成した予測モデルを用いて算出した崩壊荷重係数，E はひずみエネルギー [kNm]，V は部材の総体積 [m^3]，D_e，t_e はそれぞれ e 番目の要素の鋼管の外径 [mm] および板厚 [mm] を表す．要素数を m とし，鋼管の外径 D_e には制約 (4b) に示すように上下限値を設け，鋼管の板厚 t_e は制約 (4c) に示すように外径の関数として従属的に決定するものとする．本研究における最適化計算では多目的最適化も可能である MIDACO[7] を用いる．MIDACO (Mixed Integer Distributed Ant Colony Optimization) とは発見的手法の一つである蟻コロニー最適化を用いた汎用最適化ソルバーである．ひずみエネルギーはオープンソースの構造解析ソフトとして知られている OpenSees[8] による弾性解析によって算出する．

5. 数値解析例

5.1. 解析概要

図 3 に本解析例で用いた解析モデルの形状および部材断面が初期値のときの部材断面の分布，λ_{true}，λ_{pred}，E，V の値を示す．λ_{true} は極限解析を用いて算出した崩壊荷重係数を表す．D_e の初期値はすべて 300[mm] とする．解析モデルの形状は 10 × 10 の格子グリッドで構成されるスパン 60m，初期形状ではライズが約 20m となる裁断球殻ラチスシェルとする．ラチスシェルの部材断面に用いる鋼管の材料特性は基準強度が 235N/mm^2，ヤング率が 2.1×10^{5}N/mm^2，ポアソン比が 0.3 とする．境界条件は図中に○で示した四隅を固定支持とする．外力は部材の自重として 77kN/m^3 および積載荷重として 1kN/m^2 を作用させる．また，本最適化計算における解析モデルには対称性を考慮しており，1/8 領域の D_e のみを設計変数とし，その他の値は対称性から従属的に決定した．なお，MIDACO の計算回数を除くパラメータはすべてデ

フォルト値とし，計算回数は 1,000,000 回とした．



(a) ラチスシェルの形状　(b) 部材断面の分布 (初期値)

$\lambda_{\text{true}} = 0.233$

$\lambda_{\text{pred}} = 0.568$

$E = 3225.6[\text{kNm}]$

$V = 9.715[\text{m}^3]$

図 3　初期形状および初期制御点

5.2. 予測モデル

図 4 に本研究における 10,000 個のテストデータに対して予測モデルを用いて算出した崩壊荷重係数と極限解析によって算出したときの崩壊荷重係数の比を示す．予測モデルは，1/8 対称性を保ったまま形状および部材断面をランダムに変化させた解析モデルに対して，式 (2) を解いて準備した 80,000 個の訓練データと 10,000 個の検証データを用いて構築した．テストデータはこれらのデータと別に 10,000 個のテストデータを作成し，未知のデータに対する予測モデルの予測精度を図 4 に示す．説明変数は部材断面の外径，出力データは崩壊荷重係数とし，説明変数の数 i=30，中間層の数 j=5，中間層のノード数は全ての層において 180 とした．図 4 より，本研究で構築した予測モデルのテストデータでは概ね誤差 20% 以内に収まっているが，いくつかのデータでは誤差 20% 以上 30% 未満となっている．

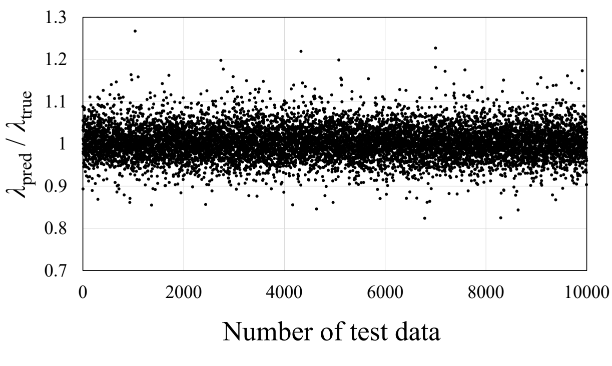


図 4　予測モデルの予測精度

5.3. 解析結果

図 5 に λ_{true} と λ_{pred} の $E - \lambda_{\text{true}}$ 平面のパレートフロントを，図 6 に $V - E$ 平面および $V - \lambda_{\text{true}}$ 平面のパレートフロントを示す．図 5 より，λ_{true} と λ_{pred} の誤差は大きく，λ_{true} に対して最大で約 2.5 倍の λ_{pred} を算出した解も見られ，全体的に λ_{pred} は λ_{true} より大きな値を算出している．図 6 より，$V - E$ 平面で見ると E は曲線状に分布しており，V=50[m^3] を超えたあたりから E の値に大きな変動は見られなかった．$V - \lambda_{\text{true}}$ 平面で見ると λ_{true} は一部の解を除いて直線状に分布している．また，図 5 より，E が小さくなると λ_{pred} は大きくなっていることから，本研究で用いた裁断球殻ラチスシェルの形状における部材断面の分布では E と λ_{pred} は概ねトレードオフの関係にないといえる．

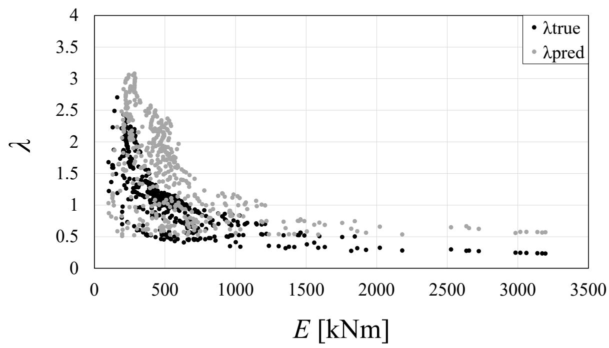


図 5　$E - \lambda_{\text{true}}$ 平面のパレートフロント

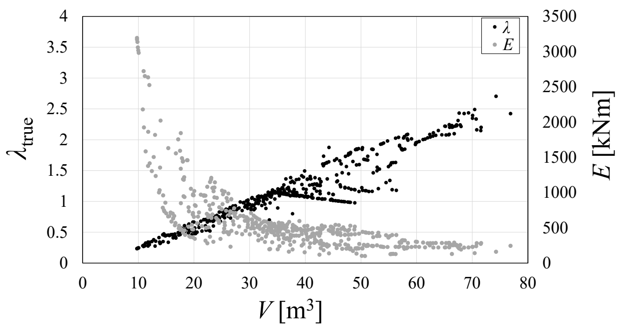
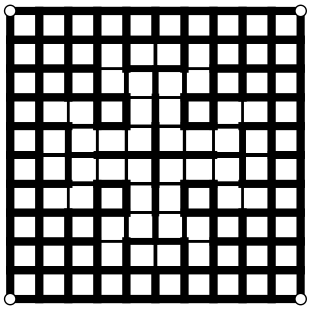


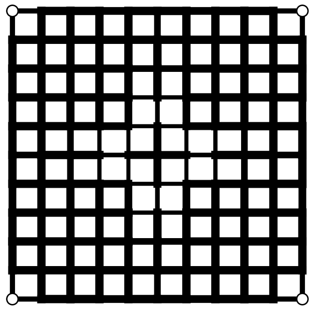
図 6　$V - E$ 平面および $V - \lambda_{\text{true}}$ 平面のパレートフロント

図 7 から 10 にパレートフロントの一部の解の部材断面の分布，λ_{true}，λ_{pred}，E，V の値を示す．部材断面の分布は線が太くなるほど鋼管の外径が大きいものを選択していることを表す．図 7 では，λ_{pred} は λ_{true} の 0.83 倍の値を示しており，部材断面の分布はラチスシェルの中心部の周囲に鋼管の外径が小さいものが選択されている．



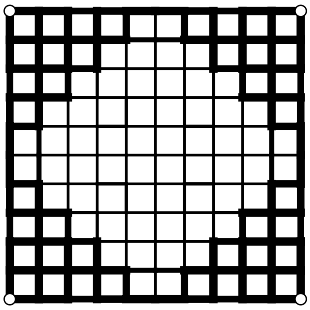
$\lambda_{\mathrm{true}} = 2.705$
$\lambda_{\mathrm{pred}} = 2.235$
$E = 161.7$ [kNm]
$V = 74.278$ [m^3]

図 7　λ_{true} が最大のときの解



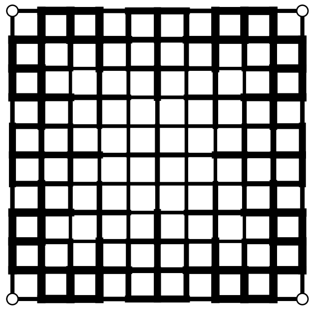
$\lambda_{\mathrm{true}} = 2.423$
$\lambda_{\mathrm{pred}} = 3.062$
$E = 244.6$ [kNm]
$V = 76.882$ [m^3]

図 9　V が最大のときの解



$\lambda_{\mathrm{true}} = 1.680$
$\lambda_{\mathrm{pred}} = 1.032$
$E = 99.8$ [kNm]
$V = 50.718$ [m^3]

図 8　E が最小のときの解



$\lambda_{\mathrm{true}} = 1.856$
$\lambda_{\mathrm{pred}} = 2.259$
$E = 207.9$ [kNm]
$V = 49.580$ [m^3]

図 10　$V \fallingdotseq 50\mathrm{m}^3$ のときの解

図 8 では，λ_{pred} は λ_{true} の 0.61 倍の値を示しており，部材断面の分布は支持点近傍に鋼管の外径が大きいものが選択されている．図 9 では，λ_{pred} は λ_{true} の 1.22 倍の値を示しており，部材断面の分布はラチスシェルの中心部のの周囲と支持点と接する部材に鋼管の外径が小さいものが選択されている．図 10 は，図 8 と同程度の体積で λ_{true} の大きい解と比較するために選択した．図 10 では，λ_{pred} は λ_{true} の 1.22 倍の値を示しており，部材断面の分布はラチスシェルの外周部に鋼管の外径が大きいものが選択されている．図 7，8 と図 9 を比較すると，支持点と接する部材は鋼管の外径が大きい方が剛性および耐力は上昇する．また，図 9 の解は λ_{pred} が λ_{true} の解よりも大きく算出されたため，図 7 よりも剛性や耐力の低い解が生成されたと考えられる．図 8 と 10 を比較すると，ラチスシェルの支持点近傍に鋼管の外径が大きい部材が集中する方が剛性は高く，ラチスシェルの外周部に鋼管の外径が大きい部材が分布する方が耐力は高くなることがわかる．

6. まとめ

本研究では，ひずみエネルギーに加えて耐力として崩壊荷重係数を目的関数に導入してラチスシェルの部材断面最適化を行った．その結果，パレートフロントが生成され，剛性および耐力の高い部材断面の分布を得ることができた．しかし，パレートフロントの一部に，予測モデルの予測精度が原因と考えられる解が見られた．ニューラルネットワークを用いて作成した崩壊荷重係数の予測モデルのテストデータに対する予測精度は高かったが，最適化計算によって生成されたパレートフロントに対しては予測精度が低かった．ただし，最適化計算の計算効率の向上上は見られたため，パレートフロントに対する誤差の原因を検証し，予測モデルの最適化計算における予測精度の向上を目指したい．

[参考文献]

1）S. Fujita and M. Ohsaki. Shape optimization of free-form shells using invariants of parametric surface. *International Journal of Space Struct.*, Vol. 25, No. 3, pp. 143–157, 2010.
2）Y. Kanno. Mixed-integer second-order cone programming for global optimization of compliance of frame structure with discrete design variables. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 54, pp. 301–316, 2016.
3）W. Prager and R. T. Shield. A general theory of optimal plastic design. *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, pp. 184–186, 1967.
4）E. D. Andersen and K. D. Andersen. The mosek interior point optimizer for linear programming: An implementation of the homogeneous algorithm. *H. Frenk, K. Roos, T. Terlaky, S. Zhang (eds) High Performance Optimization. Applied Optimization*, Vol. 33, pp. 197–232, 2000.
5）François Chollet, et al. Keras. *https://keras.io*, 2015.
6）Jimmy Lei Ba Diederik P. Kingma. Adam: A method for stochastic optimization. *3rd International Conference on Learning Representations, ICLR2015*, 2015.
7）M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.
8）M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. *SoftwareX*, Vol. 7, pp. 6–11, 2018.1.