

# 機械学習を用いた3次元骨組構造物の線形弾性範囲内における応力予測 Stress Prediction Within the Linear Elastic Range of 3D Frame Structures Using Machine Learning

○数内 佑馬\*1, 藤田 慎之輔\*2  
Yuma YABUUCHI\*1, Shinnosuke FUJITA\*2

\*1 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 大学院生

Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu

\*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Graduate School of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

**キーワード**：機械学習; ニューラルネットワーク; ラチスシェル; 形状最適化  
**Keywords**：Machine learning; neural network; lattice shell; shape optimization.

## 1. はじめに

近年, 計算機の進歩に伴い, 力学的合理性に優れたシェル構造の形状または断面, 位相を設計の初期段階で獲得するための手法である構造最適化は発展を続けており, 多くの先行研究が存在する<sup>1) 2)</sup>. 最適化手法は主に数理計画法と発見的手法の2つに大別できるが, 後者の手法は計算時間を十分に与えれば良解が得られ, 汎用性に富む反面, 目的関数の計算に時間を要する場合には現実的な計算時間内で優良解を得ることが困難となる. 一方で人工知能の一種である機械学習を用いて, 様々な構造物に対する構造解析結果を学習し, 最適化過程で実施される繰返し計算を機械学習による予測器に置き換えれば, 計算コスト削減を実現できる可能性がある. 既往の研究<sup>3)</sup>では, 予測器を用いて幾何学的非線形性を考慮したシェル構造の最適化に関する研究が行われているが, 教師データの不足により高い予測精度が得られていない. そこで本研究ではラチスシェルを対象として, 既往の研究<sup>3)</sup>より高い予測精度が確保しやすいことが想定できる線形弾性範囲内の機械学習による応力予測を実施し, その予測器による形状最適化を行う. より高い予測精度の確保を試みることで, また予測器を用いた場合と用いない場合の最適化結果を比較することにより, 機械学習の構造最適化への適用性を検討する.

## 2. ラチスシェルの曲面の記述法

本研究では単層ラチスシェルを解析対象物に設定し, その節点座標は  $(I+1) \times (J+1)$  の制御ネットを有する B スプライン曲面により離散化する. 各制御点の  $x$  座標を並べたベクトルを  $\mathbf{q}_x$ ,  $y$  座標を並べたベクトルを  $\mathbf{q}_y$ ,  $z$

座標を並べたベクトルを  $\mathbf{q}_z$  とおく.

$$\mathbf{q}_x = (q_{x,00} \ \cdots \ q_{x,0J} \ \cdots \ q_{x,I0} \ \cdots \ q_{x,IJ})^T \quad (1a)$$

$$\mathbf{q}_y = (q_{y,00} \ \cdots \ q_{y,0J} \ \cdots \ q_{y,I0} \ \cdots \ q_{y,IJ})^T \quad (1b)$$

$$\mathbf{q}_z = (q_{z,00} \ \cdots \ q_{z,0J} \ \cdots \ q_{z,I0} \ \cdots \ q_{z,IJ})^T \quad (1c)$$

節点数を  $n$ , 要素数を  $m$  とすると, 節点座標ベクトル  $\mathbf{r}$  は次式のようなになる.

$$\mathbf{r} = (\mathbf{x} \ \mathbf{y} \ \mathbf{z}) \quad (2a)$$

$$\mathbf{x} = (x_1 \ \cdots \ x_n)^T \quad (2b)$$

$$\mathbf{y} = (y_1 \ \cdots \ y_n)^T \quad (2c)$$

$$\mathbf{z} = (z_1 \ \cdots \ z_n)^T \quad (2d)$$

このとき, 節点座標は次式のように離散化される.

$$x_k = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J q_{x,ij} \mathbf{B}_{i,N}(u_k^s) \mathbf{B}_{j,M}(v_k^s) \quad (k = 1, \dots, n) \quad (3a)$$

$$y_k = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J q_{y,ij} \mathbf{B}_{i,N}(u_k^s) \mathbf{B}_{j,M}(v_k^s) \quad (k = 1, \dots, n) \quad (3b)$$

$$z_k = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J q_{z,ij} \mathbf{B}_{i,N}(u_k^s) \mathbf{B}_{j,M}(v_k^s) \quad (k = 1, \dots, n) \quad (3c)$$

ここで  $(u_k^s \ v_k^s)$  は  $k$  番目の節点の節点座標に対応したパラメータであり,  $\mathbf{B}_{i,N}(u)$  は  $u$  方向の  $N$  次の B スプライン基底関数,  $\mathbf{B}_{j,M}(v)$  は  $v$  方向の  $M$  次の B スプライン基底関数であることを表す.

## 3. 形状最適化問題の定式化および解法

形状最適化を行う線形弾性範囲内における目的関数として, 本研究では線形座屈荷重係数およびひずみエネルギーを取り扱う.

基準荷重ベクトルを  $\mathbf{P}_0$ 、荷重係数を  $\lambda^*$  とし、比例載荷荷重  $\lambda^* \mathbf{P}_0$  を構造物の各節点へ作用させる。ここで線形剛性行列を  $\mathbf{K}_L$ 、幾何剛性行列を  $\mathbf{K}_G$ 、座屈モード  $\phi$  とおくと、一般に線形座屈荷重係数  $\lambda$  は以下の固有値問題を解いた際の正の最小固有値として定義される。

$$(\mathbf{K}_L + \lambda \mathbf{K}_G) \phi = 0 \quad (4)$$

節点座標ベクトルを  $\mathbf{u}$ 、線形弾性剛性行列を  $\mathbf{k}$  とおくと、ひずみエネルギー  $f$  は以下の式 (5) で求められる。

$$f = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{k} \mathbf{u} \quad (5)$$

本研究では、鋼管のみで構成されるラチスシェルに対して、線形座屈荷重係数  $\lambda$  およびひずみエネルギー  $f$ 、ニューラルネットワークの予測器によって算出した線形座屈荷重係数の予測値  $\lambda_{\text{pre}}$ 、これら3種類の目的関数を最小化する多目的最適化問題を式 (6)、式 (7) に設定する。本研究では、計算負荷を要する線形座屈荷重係数  $\lambda$  のみを機械学習の予測対象とする。最適化の設計変数は制御点  $z$  座標ベクトル  $\mathbf{q}_z$  とする。線形座屈荷重係数  $\lambda$  は式 (4) の一般固有値問題を解くことで求め、ひずみエネルギー  $f$  は式 (5) を弾性解析により解くことで求める。これらの求解にはオープンソースの構造解析ソフトである OpenSeesPy<sup>4)</sup> を用いる。最適化計算には、発見的手法の一種である蟻コロニー最適化を用いた汎用最適化ソルバー MIDACO (Mixed Integer Distributed Ant Colony Optimization)<sup>5)</sup> を用いる。

$$\underset{\mathbf{q}_z}{\text{minimize}} \quad -\lambda, f \quad (6a)$$

$$\text{subject to } V \leq \bar{V} \quad (6b)$$

$$\underset{\mathbf{q}_z}{\text{minimize}} \quad -\lambda_{\text{pre}}, f \quad (7a)$$

$$\text{subject to } V \leq \bar{V} \quad (7b)$$

- $\lambda$  : 線形座屈荷重係数
- $\lambda_{\text{pre}}$  : 線形座屈荷重係数の予測値
- $f$  : ひずみエネルギー [kNm]
- $\mathbf{q}_z$  : 制御点  $z$  座標ベクトル
- $V$  : ラチスシェルの総体積 [ $\text{m}^3$ ]
- $\bar{V}$  : ラチスシェルの総体積の上限値 [ $\text{m}^3$ ]  
(本研究では初期形状の総体積)

#### 4. ニューラルネットワークの構築

機械学習は主に、教師あり学習、教師なし学習、強化学習の3種類に分けられるが、本研究では教師あり学習

の一種であるニューラルネットワークを用いて予測器を構築する。ニューラルネットワークとは、図1に示す微分可能な変換を繋げて作られた計算グラフであり、入力層、中間層、出力層の3つの層で構成される。まず、入力層へ各入力値  $x$  が入り、非線形化の処理を行う中間層を経て出力層で予測値  $y$  を導く。各層への信号の伝達には重み  $w$  とバイアス  $b$  が入り、それらの積である  $a$  が活性化関数  $h(x)$  によって変換される。重み  $w$  とバイアス  $b$  の2つのパラメータを予測値が観測値へ近づくよう更新し続けることで最適な重み  $w$  とバイアス  $b$  を求める。隠れ層の数  $N$  とユニット数  $n$  は学習を行う際に設定するハイパーパラメータである。本研究では、入力値  $x$  はラチスシェルの制御点  $z$  座標ベクトル  $\mathbf{q}_z$ 、予測値  $y$  は線形座屈荷重係数  $\lambda$  としている。

ニューラルネットワークの構築には、Python で書かれた、TensorFlow 上で実行可能な高水準のニューラルネットワークライブラリである Keras<sup>6)</sup> を用いた。活性化関数に正規化線形関数である“ReLU”，最適化アルゴリズムは“Adam<sup>7)</sup>”，損失関数は平均二乗誤差である“MSE”，評価関数には平均絶対誤差である“MAE”を用いた。

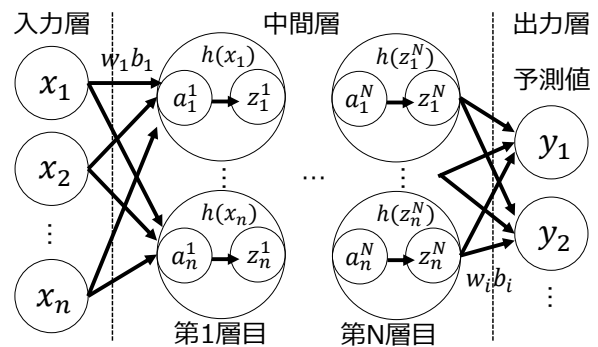


図1 ニューラルネットワークの概要図

#### 5. 数値解析例

##### 5.1. 解析対象物諸元

本研究で取り扱う解析対象物は、図2に示す  $10 \times 10$  の格子グリッドで構成される  $30\text{m} \times 30\text{m}$  スパンで最大約  $9.5\text{m}$  のライズを有する裁断球殻シェルである。境界条件は、シェルの四隅を固定支持とする。形状は  $N=M=3$  次の B スプライン曲面によって離散化し、制御点は  $6 \times 6$  ( $I=J=5$ ) の格子状に配置する。外力は部材の自重として  $77\text{kN/m}^3$  および積載荷重として  $1.0\text{kN/m}^2$  を屋根面の負担面積に応じてシェルの各節点へ作用させる。本研究では形状のみの最適化を対象とするため、使用部材は外径  $355.6\text{mm}$ 、厚み  $9.0\text{mm}$  の鋼管で統一する。なお、鋼管の材料特性はヤング率が  $2.05 \times 10^5 \text{N/mm}^2$ 、ポアソン比

が0.3である。また、本解析対象物は対称性を考慮しており、1/8領域の制御点 $z$ 座標ベクトル $q_z$ を設計変数とし、その他の $q_z$ は対称性から従属的に決定している。 $q_z$ の下限値は0m, 上限値は12mとする。MIDACOによる最適化の停止条件は計算時間が24時間に達したとき、または計算回数が1,000,000回に達したときとし、その他のパラメータは全てデフォルト値とした。計算機にはCPU: Intel Core i5-4310M(2.70GHz), MEM:8.0GBの性能を持つものを使用する。

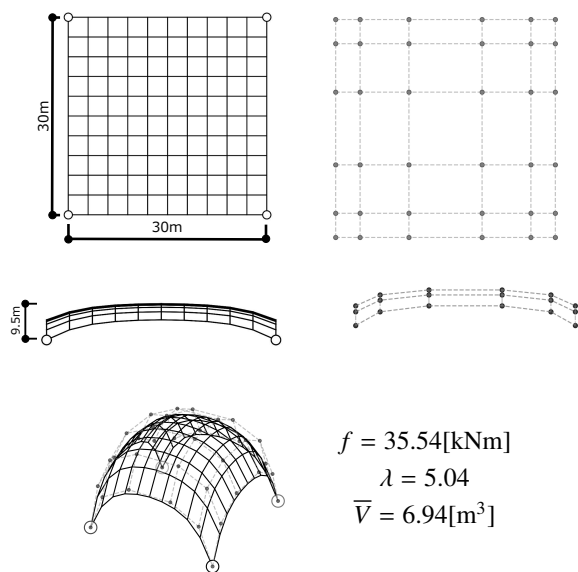


図2 解析対象物の初期形状および初期制御点

## 5.2. 予測器の構築および予測精度評価

図2の解析対象物における制御点 $z$ 座標ベクトル $q_z$ を1/8対称性を保たせたまま、0mから12mの範囲でランダムに変更した形状に対して、式(4)を解いた訓練データ50,000個、検証データ5,000個を作成した。テストデータはこれらのデータとは別に5,000個準備し、このデータを用いて予測器の予測精度を評価する。テストデータの予測精度評価は予測値 $\lambda_{pre}$ に対する正解値 $\lambda$ の比率で評価し、そのクライテリアは誤差 $\pm 10\%$ 、すなわち $0.9 \leq \lambda_{pre}/\lambda \leq 1.1$ と設定した。ハイパーパラメータは中間層数1層、2層、3層、バッチサイズは32, 64, エポック数は100, 200, 300の合計18パターンで検討し、クライテリアを十分に満たすパラメータを利用する。

予測精度評価一覧を表1へ示す。表1より、全体的に高い予測精度を確保できており、中間層数の増加に伴って予測精度が増加している傾向があった。よって、線形座屈荷重係数 $\lambda$ の予測器は、中間層数3層、エポック数300、バッチサイズ32で構築することとした。

当該予測器の誤差収束履歴および予測精度を図3および図4へ示す。図3より、検証データの曲線が多少の振動を起こしているが、過学習等は特になく収束していることが想定できる。図4より、ほとんどの $\lambda_{pre}/\lambda$ は約1.0へ収束しており、クライテリアから大きくかけ離れたデータは存在していないことが分かる。

表1 予測精度評価一覧

中間層数	エポック数	バッチサイズ	$\lambda_{pre}/\lambda$ [%]
N=1	100	32	98.90
		64	99.16
	200	32	98.76
		64	98.90
	300	32	99.10
		64	98.86
N=2	100	32	99.78
		64	98.11
	200	32	99.86
		64	99.64
	300	32	99.68
		64	99.88
N=3	100	32	99.54
		64	99.86
	200	32	99.50
		64	99.68
	300	32	99.90
		64	99.92

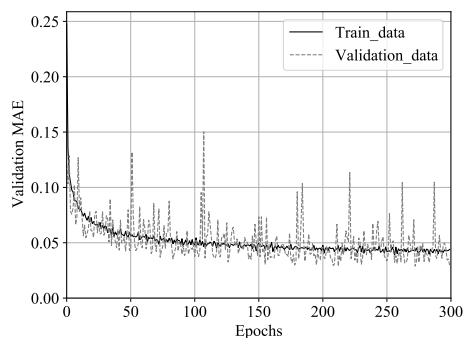


図3 誤差収束履歴

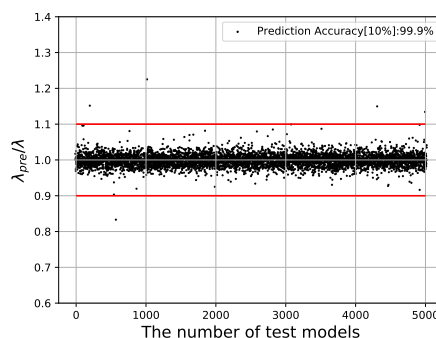
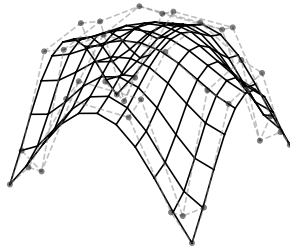
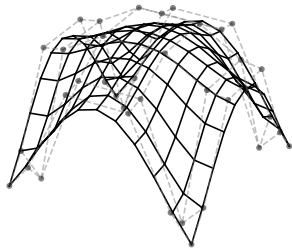


図4 予測精度評価



$\lambda = 9.93$   
 $f = 15.88[\text{kNm}]$   
 $V = 6.94[\text{m}^3]$   
 計算時間 [s]:86400  
 計算回数 [回]:19089

図5 予測器を用いていない場合の最適化形状



$\lambda = 9.86$   
 $\lambda_{pre} = 10.26$   
 $\lambda_{pre}/\lambda = 1.04$   
 $f = 16.11[\text{kNm}]$   
 $V = 6.94[\text{m}^3]$   
 計算時間 [s]:86400  
 計算回数 [回]:353501

図6 予測器を用いた場合の最適化形状

### 5.3. 形状最適化問題の解析結果

図5および図6に式(6)および式(7)の形状最適化問題の解析結果を示す。どちらもラチスシェルの外周部がカタナリー状にライズの上昇している形状が得られ、予測器を用いた方が外周部のライズが微小に高くなっている。ひずみエネルギー  $f$  および線形座屈荷重係数  $\lambda$  は予測器を用いた場合と用いない場合で概ね一致しているが、予測器を用いない場合の方がどちらの目的関数も微小に良い最適解が得られている。計算回数は予測器を用いた場合の方が約17.5倍以上多くなっている。本解析例では計算時間の上限を24時間と設定したが、より短い時間で概ね最適解に近い形状を得たい場合に予測器が有効であると考察する。図7および図8に目的関数の推移を示し、両目的関数の収束または増加の推移の傾向が一致していないことから、剛性に優れた形状は必ずしも座屈荷重係数にも優れる訳ではないことが分かる。

### 6. まとめ

本研究では、教師あり学習の一種であるニューラルネットワークを用いて線形弾性範囲におけるラチスシェルの予測器を構築し、その予測精度評価、予測器を用いた形状最適化を実施した。その結果、予測器を用いた場合と用いない場合の最適解および最適化形状は概ね一致し、目的関数の計算に時間を要する場合であれば、機械学習による予測器の構造最適化への適用性が見出せると考察した。

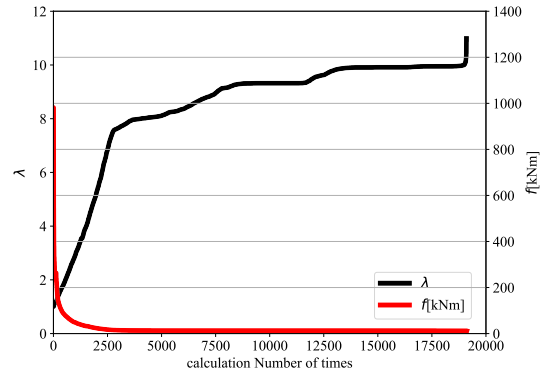


図7 予測器を用いていない場合の最適化の推移

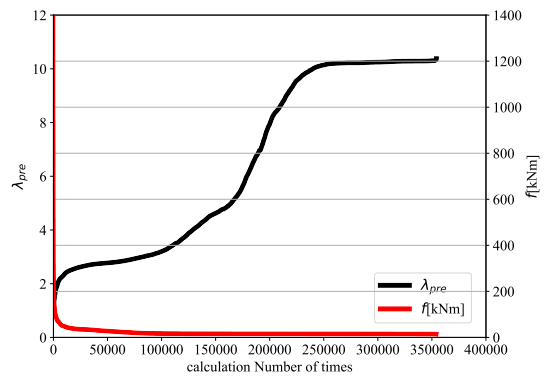


図8 予測器を用いた場合の最適化の推移

## 7. 謝辞

本研究の一部はJSPS 科研費22K04416の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

### 【参考文献】

- 1) Ekkehard Ramm and Gerhard Mehlhorn. On shape finding methods and ultimate load analyses of reinforced concrete shells. *Eng.Struct.*, Vol. 13, pp. 178–198, 1991.
- 2) 藤田慎之輔, 大崎純. パラメトリック曲面で定義されたラチスシェルの部材長一様化と剛性最大化を目的とした形状最適化. 日本建築学会構造系論文集第78巻, Vol. 685, pp. 495–502, 2013.3.
- 3) Y. Moritomo and S. Fujita. Predicting the structural behavior of geometrical nonlinearity of shell structures by machine learning. *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2020/21 and the 7th International Conference on Spatial Structures*, 2021.8.
- 4) M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. *SoftwareX*, Vol. 7, pp. 6–11, 2018.1.
- 5) M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.
- 6) François Chollet, et al. Keras. <https://keras.io>, 2015.
- 7) Jimmy Lei Ba Diederik P. Kingma. Adam: A method for stochastic optimization. *3rd International Conference on Learning Representations, ICLR2015*, 2015.