

単層ラチスドームの静的地震荷重自動計算のための基礎的研究

Study for Automatic Calculation of Static Seismic Load of Single Layer Reticulated Dome

○松原 大悟*1, 瀧内 雄二*2, 中澤 祥二*3, 加藤 史郎*4
Daigo MATSUBARA*1, Yuji TAKIUCHI*2, Shoji NAKAZAWA*3, Shiro KATO*4

- *1 豊橋技術科学大学 大学院生
Graduate Student, Toyohashi University of Technology
- *2 豊橋技術科学大学 助教 博士(工学)
Assistant Professor, Toyohashi University of Technology, Dr.Eng.
- *3 豊橋技術科学大学 教授 博士(工学)
Professor, Toyohashi University of Technology, Dr.Eng.
- *4 豊橋技術科学大学 名誉教授 工学博士
Prof. Emeritus, Toyohashi University of Technology, Dr.Eng.

Summary: This paper proposes a method to evaluate static seismic loads of a single layer reticulated dome. The static seismic loads are calculated as a combination of loads proportional to the natural vibration modes. The weight coefficients applied to the modal loads are determined by optimization aiming at minimizing the difference between the responses based on the static seismic loads and those based on the response spectrum analysis. In the evaluation, how appropriate vibration modes are selected are discussed in terms of optimization. The applicability of the proposed method is confirmed through comparison among several methods: the responses based on the present method, the responses based on the previous studies, and those based on time history response analysis. The key approach is to select dominant natural vibration modes with large seismic pseudo-strain energy. Although the proposed method requires eigenvalue analyses and optimization analysis, which take a bit more computation time, it is effective as design support because it allows for automatic calculations.

キーワード: 空間構造; ラチスドーム; 地震荷重; 最適化; 応答スペクトル法

Keywords: Spatial structure; reticulated dome; seismic load; optimization; response spectrum method.

1. はじめに

ラチスドームは、鉄骨部材を網目状に配置し大スパンを覆う球状の構造物であり、シェル構造の構造形式の一つである。ラチスドームの多くは複数の振動モードが励起し、地震応答性状が複雑であることが知られており、水平方向の地震入力に対し、鉛直方向の地震応答が発生する。このため、重層構造物に利用されるAi分布を用いた等価静的地震荷重をラチスドームに適用することはできない¹⁾。ラチスドームの応答評価には、時刻歴応答解析やCQC法²⁾などの応答スペクトル法を用いた応答解析が行われることが多い。一方で、1次設計時の断面の検討や、地震下の座屈耐力の検討をする際に、等価な静的地震荷重を定めることが必要である。そのため、地震荷重を容易に設定できれば設計支援につながる。

ラチスドームの等価静的地震荷重について、現行の指針¹⁾では荷重分布がまとめられているが、その適用範囲は比較的応答性状が単純な複層のものに限られている。それに対し、単層ラチスドームの地震荷重について検討

している研究は比較的少ない。これは、面外剛性が小さい単層ラチスドームは複層のものに比べて主要な振動モードが多い³⁾ことに起因すると考えられる。単層ラチスドームの地震荷重に関する研究に着目すると、文献4)では地震時の屋根面の加速度分布から地震荷重が設定され、文献5)では地震時の層せん断力と部材軸力に一致するような分布が提案されている。これらの研究では、地震荷重を設定するために時刻歴応答解析が行われているが、その結果は入力位相に依存する。このため、複数の地震動を考慮する必要があり、解析に多大な時間を要する。さらに、加速度や層せん断力などの指標に注目するかは技術者の判断が求められる。

以上の背景から、ラチスドームの地震荷重について、汎用性が高く、かつ高速に算定する手法を確立できれば有用である。そこで本研究では基礎的段階として、最適化計算を利用した単層ラチスドームの地震荷重の設定手法を提案する。提案手法は固有振動解析を必要とするが、自動的に地震荷重を計算可能である。地震荷重の設定に

は振動モードを利用することを考える。そのため、最適化計算を利用し適切な振動モードの選択方法について検討する。その後、提案手法により作成した地震荷重を用いて静的解析を行い、応答解析の結果と比較することで地震荷重の精度を確認する。加えて、既往研究の地震荷重と比較することで提案手法の地震荷重の有用性を確認する。

2. 解析モデル

2.1. 構造形状

解析モデルは図 1, 2 に示すスパン $L=120\text{m}$ の単層ラチスドームとする。これは文献 6) の屋根部の部材配置と同じモデルであり、固定荷重に対する安全率は約 4.1 倍である。屋根部は格子材と面内ブレースから構成され、格子材は梁要素、面内ブレースはトラス要素でモデル化する。部材はすべて鋼材 (SN490) とし、ヤング係数は 205000N/mm^2 、降伏応力度は 325N/mm^2 とする。本研究では部材はすべて弾性とする。格子材は図 3 に示すように 2 個の T 形鋼状の部材を組み合わせた H 形部材、面内ブレースは鋼管を用いる。格子材と面内ブレースの断面は、表 1(a), (b) に示す断面を基準断面として I と定義する。格子材の I_z は、弱軸回りに座屈しないように中央部を補剛されていると仮定して、元の断面の持つ値の 4 倍の値を採用する。固定荷重時の応力分布を考慮して一部の部材の断面特性を 1.33 倍、もしくは 2 倍に増加させ、1.33 倍した部材を II, 2 倍した部材を III と定義する。部材の配置を図 4 に示す。図 4 の円周上に位置する部材はテンションリングである。テンションリングの部材は 2 本の $\text{H-900}\times 300\times 16\times 28$ と 1 本の $\text{H-600}\times 300\times 12\times 20$ を組み合わせたものを使用し、断面特性は 3 個の部材特性を勘案した値を用いる。代表部材の断面諸元を表 1 に示す。支持条件はピン支持とし、テンションリング上に均等に 12 個の支持点を設ける。

2.2. 荷重条件

固定荷重は部材断面の大きさを考慮し、図 5 に示す a, b, c の範囲でそれぞれ 2.04kN/m^2 , 2.20kN/m^2 , 2.63kN/m^2 として設定する。屋根の合計重量は 26930kN 、テンションリングの重量は 2940kN である。

次章以降の地震応答解析の計算では、図 6 に示す国土交通省告示スペクトル (地震動強さ $\lambda_E=1.0$, 第 2 種地盤) を用いる。 $\lambda_E=1.0$ は国土交通省告示の損傷限界の地震動に対応する。告示スペクトルにおける減衰による低減率 F_h は次式 (1) を利用する。

$$F_h = \sqrt{\frac{1+ah_0}{1+ah}} \quad (1)$$

ここで、 $\alpha=75$, $h_0=5\%$, $h=2\%$ とする。

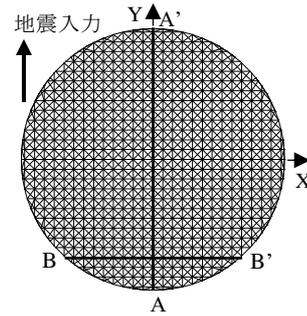


図 1 平面図

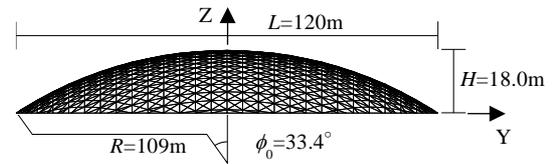


図 2 立面図

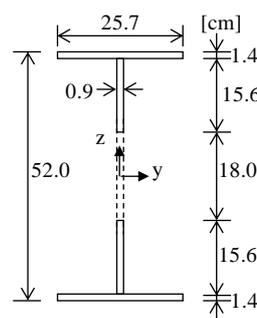


図 3 格子材 (I)

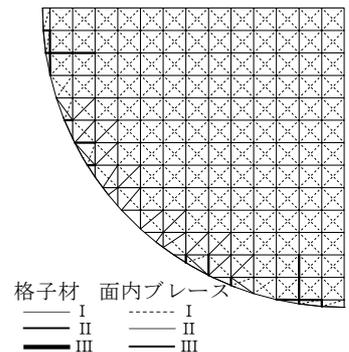


図 4 部材配置

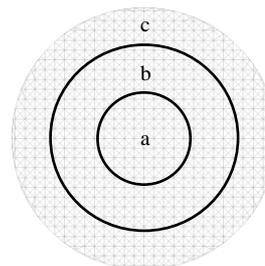


図 5 固定荷重の分布

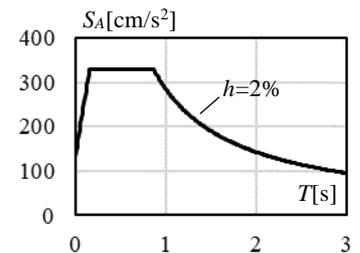


図 6 告示スペクトル

表 1 断面諸元
(a)格子材

$A[\text{cm}^2]$	100
$I_x[\text{cm}^4]$	54538
$I_z[\text{cm}^4]$	15824
$N_y[\text{kN}]$	3250
$M_{\theta_1}[\text{kNm}]$	774.8
$M_{\theta_2}[\text{kNm}]$	150.1

(b)面内ブレース

$A[\text{cm}^2]$	40
$N_y[\text{kN}]$	1300

(c)テンションリング

$A[\text{cm}^2]$	800
$I_x[\text{cm}^4]$	808000
$I_z[\text{cm}^4]$	1529000

3. 解析モデルの固有振動性状

本研究では、応答解析において Y 方向に地震動入力を行うことを想定する。固有振動解析では有効質量比 ρ_i の総和が 0.9 以上となるように 600 次モードまで固有値と振動モードを計算した。600 次モードの固有周期 T_{600} は 0.038s 、1 次から 600 次モードまでの ρ_i の総和は 0.929 である。既往研究⁸⁾より、 ρ_i またはひずみエネルギー E が他のモードよりも大きいモードは主要な振動モードとみなされる。ここで i 次モードのひずみエネルギー E_i は、式 (2) によって計算する。

$$E_i = 0.5\rho_i \cdot M_T \cdot S_V(T_i, h)^2 = 0.5\rho_i \cdot M_T \cdot (S_A(T_i, h)/\omega_i)^2 \quad (2)$$

M_T は解析モデルのY方向入力に関係する全質量である。 $S_V(T_i, h)$, $S_A(T_i, h)$ は*i*次モードの固有周期 T_i に対応した速度応答スペクトルと絶対加速度応答スペクトルの値であり、2.2節で説明したスペクトルを用いる。 ω_i は*i*次モードの固有円振動数である。 E_i を600次モードまでのひずみエネルギーの和 ΣE_i で除した $E_i / \Sigma E_i$ をひずみエネルギー比と定義し、本研究では ε_i と表す。表2に固有振動解析の結果、図7に ρ_i と ε_i が大きいモードを示す。表中の β_i は*i*次モードの刺激係数である。8次モードは ε_i が最も大きいモード、115次モードは ρ_i が最も大きいモードである。低次のモードはドーム面外方向に大きく変形するモードであり、高次のモードは波形の短い凹凸が多くみられる。また、 ρ_i が大きい4個のモードの ρ_i の合計は0.610であり、本研究の解析モデルは、文献3)のドームに比べて主要な振動モードが複数存在することがわかる。

表2 *i*次モードの振動特性

<i>i</i>	T_i [s]	β_i	ρ_i	ε_i
3	0.496	0.511	0.009	0.037
8	0.469	-1.601	0.087	0.327
11	0.453	-1.352	0.062	0.217
14	0.438	-0.309	0.003	0.011
16	0.434	0.849	0.024	0.079
27	0.391	-0.493	0.008	0.021
97	0.187	0.577	0.011	0.007
109	0.171	-1.086	0.040	0.020
115	0.162	-3.289	0.367	0.165
120	0.161	-1.664	0.094	0.042
231	0.092	-0.792	0.021	0.002
233	0.091	-0.697	0.016	0.001
255	0.085	-0.611	0.013	0.001
257	0.085	-0.548	0.010	0.001
504	0.052	-0.612	0.013	0.000

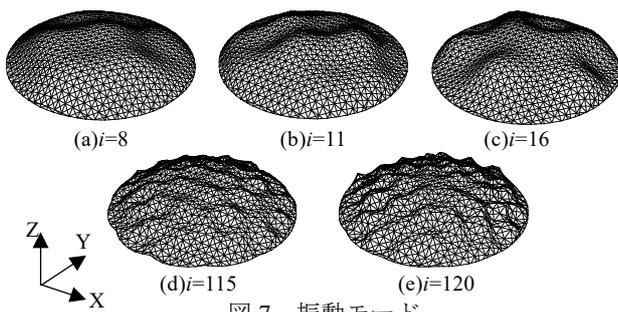


図7 振動モード

4. 最適化を用いた静的地震荷重の設定法

4.1. 地震荷重の設定方法

本研究では、式(3)に示すように基底モード $\{P_i\}$ に対し重み係数 w_i をかけ、その足し合わせにより最適地震荷重 $\{P_{opt}\}$ を作成する。 m は考慮する基底モードの数である。

$$\{P_{opt}\} = \sum_i^m w_i \{P_i\} \quad (3)$$

ここで w_i は目的関数の最小化により定める。基底モード $\{P_i\}$ は文献9)と同様に式(4)により与える。

$$\{P_i\} = [M] \cdot \beta_i \cdot \{u_i\} \cdot S_A(T_i, h) \quad (4)$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリクス、 $\{u_i\}$ は*i*次モードの振動モードである。最適化手法としては準ニュートン法を利用し、プログラムはPythonのライブラリのScipyを利用する。最適化の終了条件は目的関数の勾配ベクトルの要素の絶対値が 1.0×10^{-5} 未満となるときである。予備解析より地震時に格子材の軸応力度が大きくなることがわかった。また、文献1)で軸力に注目した単層ラチスドームの耐力評価が行われていることも踏まえ、目的関数 L は格子材の軸力ができるだけCQC法の値と一致するように式(5)のように設定する。

$$L = \frac{1}{m_g} \sum_n^m (nN_{CQC} - |nN_{opt}|)^2 \rightarrow \min \quad (5)$$

ここで nN_{CQC} はCQC法により計算される部材 n の軸力、 nN_{opt} は式(3)の荷重による軸力、 m_g は格子材の部材数である。 nN_{CQC} が正の値しかとらないため、 nN_{opt} の絶対値との差を最小化する。600次モードまで利用したCQC法は以下の式によって計算する。ここで $\{f\}$ は、振動モードから計算される部材力を成分とするベクトルである。

$$\{f\}^{CQC} = \sqrt{\sum_{i=1}^{600} \sum_{j=1}^{600} (\{f_i\} \beta_i S_D(T_i, h)) \rho_{ij} (\{f_j\} \beta_j S_D(T_j, h))} \quad (6)$$

$S_D(T, h)$ は変位応答スペクトルを表す。 P_{ij} は振動モード間の相関を表す相関係数で次式²⁾を利用する。 ω_i, ω_j は固有円振動数である。

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{h_i h_j} (h_i + \gamma h_j) \gamma^{3/2}}{(1 - \gamma^2)^2 + 4h_i h_j \gamma (1 + \gamma^2) + 4(h_i^2 + h_j^2) \gamma^2} \quad (7)$$

$$\gamma = \omega_j / \omega_i$$

4.2. 振動モードの選択方法

本研究では式(4)に示す振動モードに比例した荷重である基底モードの組み合わせにより地震荷重を定める。このため、適切にモード形状とモード数を選択する必要がある。そこで本研究では、固有振動解析より得られる振動モードのうち、有効質量比 ρ_i 、あるいは、ひずみエネルギー比 ε_i の大きさを判断し、 ρ_i 降順(CaseA)と ε_i 降順(CaseB)でモードを選択する方法を検討する。CaseA, Bにおいて、必要なモード数について分析するため、各指標の降順に基底モードを1個ずつ増やし最適化解析を行う。

5. 比較対象とする地震荷重

提案手法の有用性を確認するため、比較として既往研究^{1,4,10)}で用いられる3種類の荷重、荷重A、荷重B、荷重Cについて検討する。荷重は表3に示す加速度分布に節点質量を乗じて作成する。荷重Aにおいて、CQC法による加速度分布は正の値しか取らないため、Z方向の加速度は解析モデルの頂点を原点としたときのY+側とY-側で正負を逆に与え、ドーム中央のX軸稜線に対して逆対称分布となるように仮定する。荷重Bは時刻歴応答解析により、図1のA-A'上の格子材の軸力が最大となる時

刻の加速度分布から作成する。荷重 C は文献 1) の加速度分布から作成する。式(8)が Y 方向, 式(9)が Z 方向の加速度分布である。

$$A_H = A_{eq} \left\{ 1 + (F_H - 1) \cos \frac{\pi \sqrt{x^2 + y^2}}{L} \right\} \quad (8)$$

$$A_V = A_{eq} F_V \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \frac{\pi \sqrt{x^2 + y^2}}{L} \quad (9)$$

ここで, A_{eq} は屋根を剛体としたときの屋根を含む最上層の水平応答加速度(=96cm/s², 最大入力加速度), F_H, F_V はそれぞれ水平方向と鉛直方向の応答増幅係数(=3.0, 3.2), x, y は解析モデルの頂点を原点としたときの節点の XY 座標の値である。

表 3 地震荷重作成に用いる分布

荷重 A	CQC 法から算出した加速度に正負を与えた分布
荷重 B	時刻歴応答解析から得られる, 軸力が最大の時刻の加速度分布
荷重 C	文献[1]より得られる式(8), (9)の加速度分布

6. 解析結果

6.1. モード数と目的関数の収束値の関係

基底モードの数を変更した場合の目的関数 L の収束値 L_{opt} の推移を図 8 に示す。 $\Sigma \rho_i$ と $\Sigma \varepsilon_i$ は使用した振動モードの ρ_i と ε_i の総和である。例えば, 基底モードが 4 個のとき, CaseA では $L_{opt}=680\text{kN}^2$, $\Sigma \rho_i=0.610$, $\Sigma \varepsilon_i=0.749$, CaseB では $L_{opt}=446\text{kN}^2$, $\Sigma \rho_i=0.541$, $\Sigma \varepsilon_i=0.787$ である。どちらの選択方法でも 6 モードで $\Sigma \rho_i$ が 0.6 以上, $\Sigma \varepsilon_i$ が 0.8 以上となり, L_{opt} が収束する。CaseA に比べて CaseB は, 少ないモード数で効果的に誤差を小さくできる。これは ε_i が応答スペクトルの値も考慮された指標であるためだと考えられる。文献 9) でも ε_i の大きいモードから設定された地震荷重で部材応力が精度よく模擬できている。このため, 部材応力を振動モードに比例した荷重の組み合わせで表現する際に ε_i が大きいモードが必要であることが示唆される。以後, CaseB で作成した地震荷重の精度について議論を進める。その際, 基底モードの数は 6 個と 15 個の場合を考える。

6.2. 重み係数

解析によって得られた重み係数の値を表 4 にまとめる。表中のモードの順番は上から ε_i の降順である。採用する振動モードの数が異なる場合でも, 共通するモードにかかる重み係数は概ね同じ値となる。また, 式(4)の i 次モードの荷重(すべての w_i は 1.0) により生じる格子材の軸力分布を図 9 に示す。注目する断面は図 1 の B-B' である。 ε_i が大きいモードによる軸力に比べて, ε_i が小さいモードは軸力に与える影響が小さい。そのため, $i=59$ のように w_i が大きい場合でも, 軸力が大きいとは限らない。

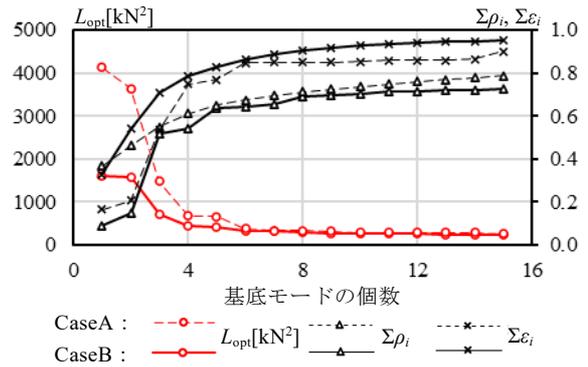


図 8 モード数と目的関数の収束値の関係

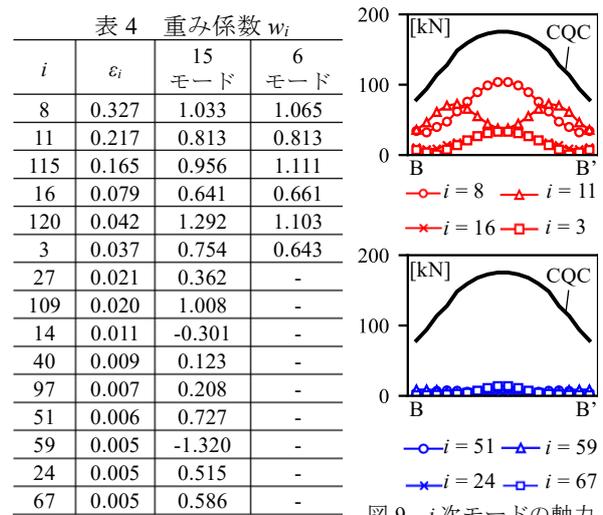


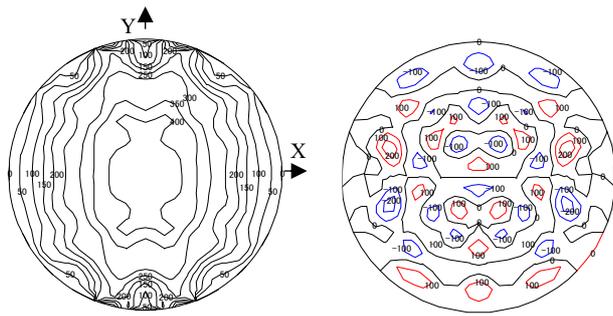
図 9 i 次モードの軸力

6.3. 疑似加速度分布

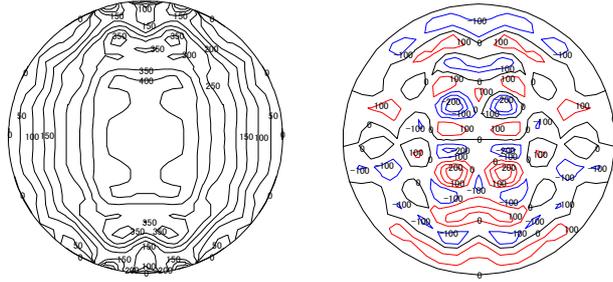
図 10 に提案手法の荷重と比較対象の荷重を節点質量で除して得られる疑似加速度分布を示す。Z 方向の加速度は, 正の向きを赤, 負の向きを青で表す。Y 方向の加速度分布は, どの分布もドーム中央で値が大きく似た分布である。提案手法により得られた荷重の Z 方向分布は, ほかの荷重分布と比べて局所的に加速度の向きが変わる。図 10(a), (b) を比較すると, 採用する基底モードの数が異なると, 加速度分布も異なることがわかる。ただし, 図 8 に示したように目的関数はモードの数によって大きく変わらないため, ε_i が小さいモードによる鉛直加速度は結果に大きな影響を与えない。図 10(e) は逆対称一次モードの形状を表現した分布であるため, ほかの荷重とは分布が大きく異なる。

6.4. 主要な断面での応力分布

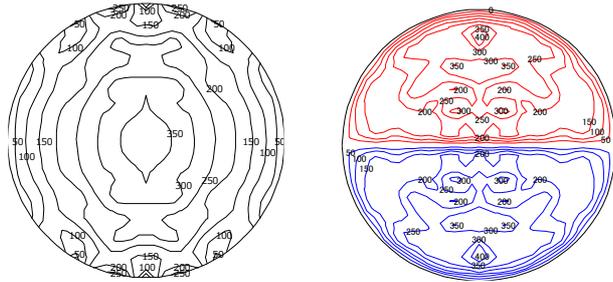
A-A', B-B' での格子材の部材力分布を図 11 に示す。A-A' は CQC 法で軸力が最大になる部材を含む断面である。図 11(a) の A-A' では提案手法の荷重と荷重 B による分布は CQC 法の分布と概ね一致する。図 11(a) の B-B' では提案手法の荷重による分布が最も CQC 法の分布と近い分布となる。その他の断面でも, 荷重 A, B, C に比べて提案



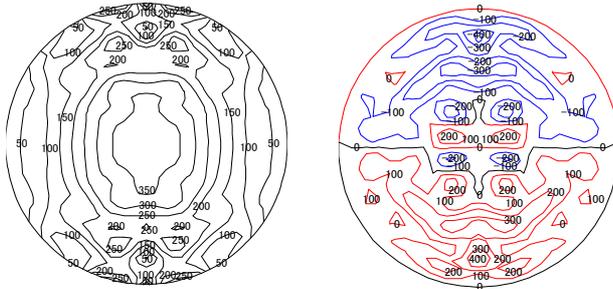
(a)基底モード 15 個



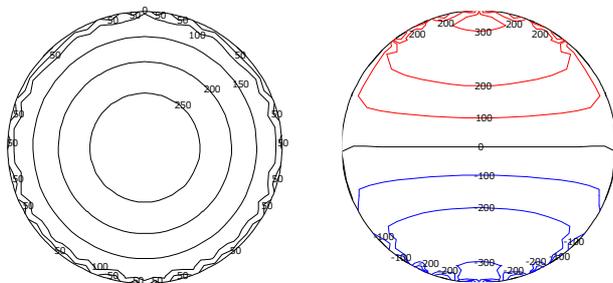
(b)基底モード 6 個



(c)荷重 A (CQC 法の加速度分布)



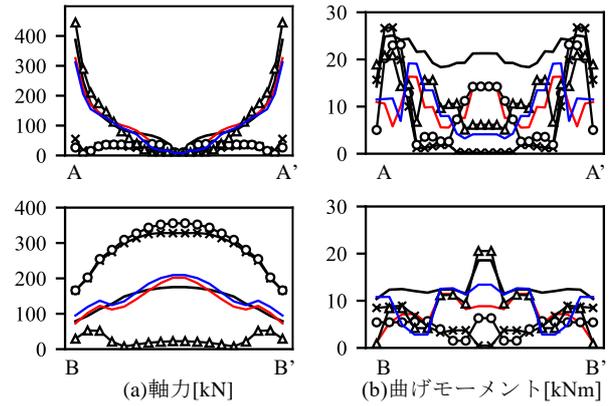
(d)荷重 B (軸力最大時刻の加速度分布)



(e)荷重 C (既往研究の加速度分布)

(1)Y 方向 (2)Z 方向

図 10 疑似加速度分布



— CQC 法 — 提案手法(15 モード) — 提案手法(6 モード)
 ○ 荷重 A ▲ 荷重 B × 荷重 C

図 11 格子材の部材力分布

手法の荷重のほうが CQC 法の格子材の軸力分布とよく一致する分布が得られることを確認している。曲げモーメントは、図 11(b)に示すように提案手法の荷重では CQC 法の値に比べて小さくなる部材が多い。また、提案手法の荷重において、基底モードを 6 個とした場合と 15 個とした場合の結果に大きな差はない。

6.5. 静的地震荷重による応答

図 12 に提案手法の荷重を用いた静的解析と CQC 法により得られる応答値の比較を示す。プロット数は、応力度は部材数、変位は節点数である。図中の破線は $\pm 20\%$ の範囲を示す。荷重は(a)地震荷重 EQ のみ、(b)固定荷重 $DL+EQ(\lambda_E=1.0)$ 、(c) $DL+EQ(\lambda_E=2.5)$ を考える。目的関数に考慮した格子材の軸力は、最大値が $\pm 20\%$ の範囲にあり精度よく推定できる。曲げ応力度、面内ブレースの軸力や変位は地震荷重による応答と応答解析の結果にばらつきが見られるが概ね評価できる。どの応答値も DL を考慮することでばらつきは相対的に小さくなる。例えば(a3)と(b3)では $\pm 20\%$ の範囲外にある部材数は、768 個から 68 個になる。また、地震動強さを $\lambda_E=2.5$ とした場合でも、格子材の軸応力度の静的解析と CQC 法の結果は精度よく対応する。

7. まとめ

本研究では単層ラチスドームの CQC 法により得られる格子材の軸力と誤差を最小化する地震荷重の設定方法を提案し、その精度を分析した。その際、地震荷重は振動モードに比例した荷重を足し合わせることで作成した。以下に得られた知見をまとめる。

- 1) 地震荷重の設定に利用する振動モードを選択する際、有効質量比 ρ_i やひずみエネルギー比 ε_i に注目すると本研究のモデルでは ρ_i の合計が 0.6 以上、 ε_i の合計が 0.8 以上となるようにモードを選択すれば良い精度の地震荷重が得られる。これは ε_i がスペクトルの値

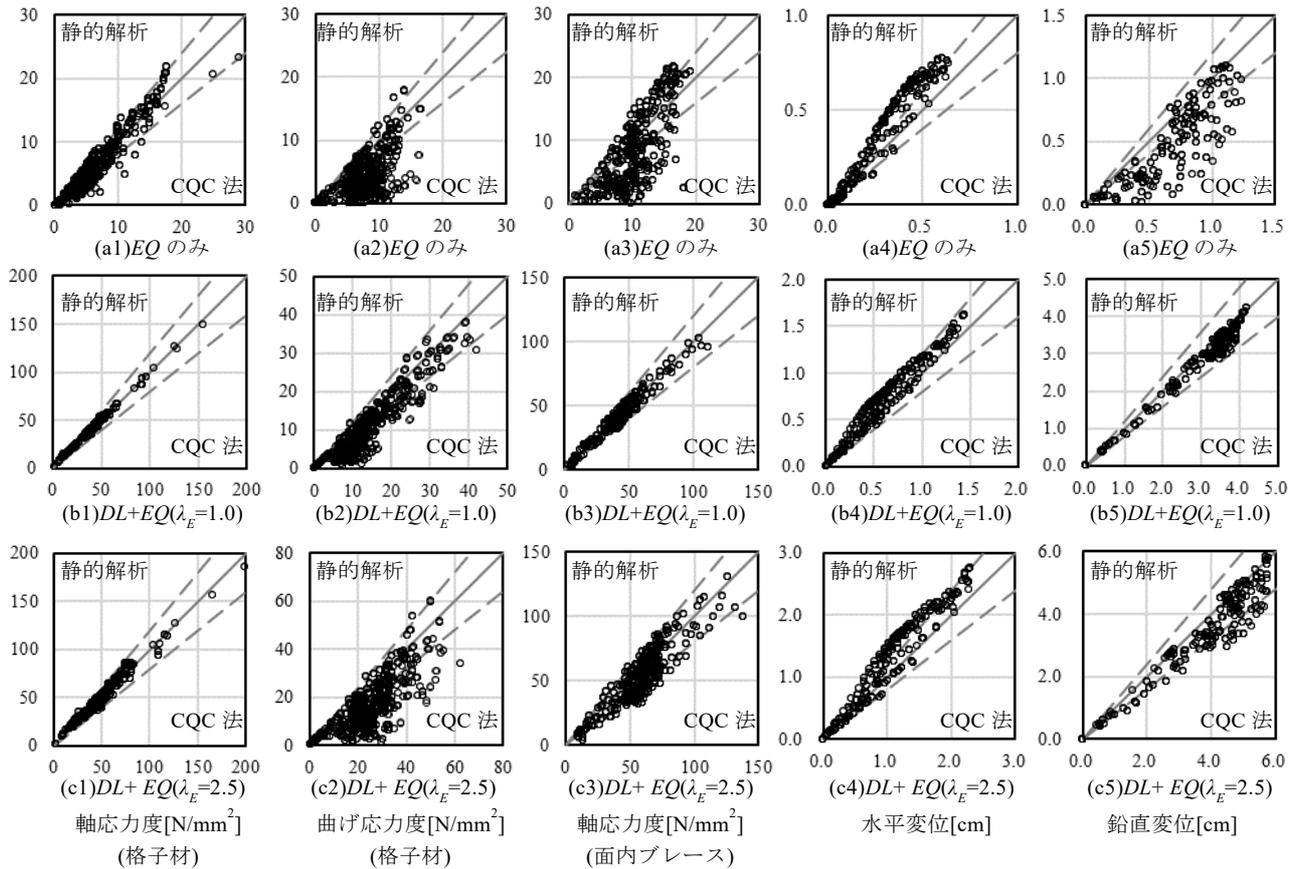


図 12 提案手法の荷重とCQC法による応答値の比較(6モード)

も考慮された指標であるためだと考える。

- 2) 振動モードの選択方法は ρ_i が大きいモードを選択するよりも、 ε_i が大きいモードを順に選択したほうが、少ないモードで目的関数が小さくなる。
- 3) 選択する振動モードの数が異なる場合では、軸力に大きく寄与しないモードの影響によって荷重分布は異なるものの、軸力や曲げモーメントに大きな差は見られない。
- 4) 提案手法による地震荷重はその他の地震荷重と比較して、応答解析時の軸力分布に近い分布が得られ、提案手法の有用性を確認できた。

本研究では、研究の基礎段階として屋根モデルのみで地震荷重を作成したが、今後下部構造を考慮した場合についても検討を行う必要がある。また、今回は一つのモデルを対象としたが、ライズや網目形状が異なるモデルに対しても同様の方法で地震荷重を作成できるか検討する必要がある。

謝辞

本研究は日本鉄鋼連盟 鋼構造研究・教育助成事業の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表する。

【参考文献】

- 1) 日本建築学会：ラチスシェル屋根構造設計指針，第5章，2016.11
- 2) E. L. Wilson, A. Der Kiureghian, E. P. Bayo: Short Communications A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.9, pp187-194, 1981
- 3) 竹内徹，小河利行，中川美香，熊谷知彦：応答スペクトル法による中規模ラチスドームの地震応答評価，日本建築学会構造系論文集，No.579, pp71-78, 2004.5
- 4) 加藤史郎，向山洋一：低ライズの単層ラチスドームの地震応答性状，日本建築学会構造系論文集，No.488, pp87-96, 1996.10
- 5) 中澤祥二，柳澤利昌，加藤史郎：単層ラチスドームを対象とした地震荷重と耐震性能評価法の提案，日本建築学会構造系論文集，Vol.79, No.703, pp1287-1297, 2014.9
- 6) S. Kato, S. Nakazawa, Y. Mukaiyama, T. Iwamoto: Buckling Load Estimation of Two-Way Grid Domes Stiffened by Diagonal Braces under Vertical Load, J. IASS, Vol62, pp7-23, 2021
- 7) 笠井和彦，伊藤浩資，渡辺厚：等価線形化法による一質点弾塑性構造の最大応答予測法，日本建築学会構造系論文集，No.571, pp53-62, 2003.9
- 8) 内田篤志，大崎純，張景耀：高次モードを考慮した静的解析による空間構造の弾塑性地震応答推定法，構造工学論文集 Vol.55B, pp49-56, 2009.3
- 9) Y. Takiuchi, S. Kato, S. Nakazawa, Y. Higashiyama: Statically equivalent seismic loads based on two-mode-based approach for single layer reticulated shells, Engineering Structures, Volume 260, 2022.6
- 10) 伊藤文明，鈴木涼介，石川椋，浜田英明：ドーム状 Reciprocal Frame 構造の地震力を考慮した構造形態創生 (その1)CQC法による等価静的地震力の算出，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造I, pp959-960, 2020.9