

# 最小 2 次元 Isovist グラフによる平面被覆問題

## The Planar Covering Problem by the Minimum 2D Isovist Graph

○小田原 英義<sup>\*1</sup>, 瀧澤 重志<sup>\*2</sup>

Hideyoshi ODAWARA<sup>\*1</sup> and Atsushi TAKIZAWA<sup>\*2</sup>

\*1 大阪公立大学大学院生活科学研究科 博士前期課程

Graduate Student, Graduate School of Human Life and Ecology, Osaka Metropolitan University.

\*2 大阪公立大学大学院生活科学研究科 教授 博士(工学)

Professor, Graduate School of Human Life and Ecology, Osaka Metropolitan University, Ph.D.

キーワード : Isovist グラフ; 数値最適化; 平面被覆問題; p-メディアン問題; 連結性; 遅延制約

Keywords: Isovist graph; mathematical optimization; planar covering problem; p-median problem; connectivity; lazy constraint

### 1. はじめに

#### 1.1 背景

建築・都市空間の構造を定量的に評価する手法として、Hillier ら<sup>1)</sup>による Space Syntax (以下, SS) が世界中で普及している。SS の分野では, Axial map と呼ばれる軸線を用いた解析, Convex map と呼ばれる凸多角形による解析, 空間内の各地点から見た全周囲の可視-不可視の関係や程度を形で表現した Isovist<sup>2)</sup>による分析, 視線で空間を連結した Visibility Graph Analysis (VGA, Isovist Graph と呼ばれる)<sup>3)</sup>による解析などが用いられる。

本研究ではこれらの中で Isovist に着目する。近年, Matterport などの全方位カメラ/LiDAR により撮影された空間画像のデータセットが増えてきており, こうした新しいデータに対する分析方法が望まれているが, Isovist はこうした全方位画像と相性が良い。瀧澤ら<sup>4)</sup>は, 全方位 RGB 画像から 3D Isovist に相当する全方位深度画像を深層学習の手法で推定し, CNN を用いて画像的に深度情報を扱う方法を研究している。

Isovist はある一点からの可視領域なので, 空間全体の構成をモデル化できない。そのため, 空間内に離散的に観測のための視点を多数設定し, 各視点で Isovist を計算して作成される Isovist field と呼ばれる場の量として空間全体の可視性を評価する。例えば安田ら<sup>5)</sup>は, Isovist による可視性分析を用いて高齢者居住施設の共用空間のプランを疑似最適化問題として定義し, プライバシーと見守りのトレードオフを最適化するプランを提案している。また, 福本ら<sup>6)</sup>は Isovist の点群データを用いて深層学習により, 各空間の特徴量を抽出し視界特性を分析・比較している。しかし Isovist field にしても, 空間全体の特徴を大まかに表現することや, 他の空間とどのような違いがあるかを比較するのに使用することは難しい。

空間構造を把握する場合には Axial Map や VGA などのグラフ分析手法がある。例えば, 宮崎<sup>7)</sup>による 3D Isovist graph を用いた大学キャンパスの可視性評価に関する研究などが行われている。しかし VGA は局所的な視点から発生させた視線を相互に連結したグラフなので, 空間構成を特徴づけるには (かなり) 冗長な表現になっている可能性が高い。また Axial Map は, グラフのエッジで空間構成を表現するので, Matterport のような局所的な空間情報と関連づけるのが困難である。

#### 1.2 目的

本研究は全体として, Isovist やそれに準じたモデルが有する豊かな局所的な空間情報を残しつつ, それを必要最小限に用いて空間全体を表現・代表させ, 他の空間と比較できるような汎用性の高い空間分析モデルを開発することを目指している。具体的には, 閉じた平面上に離散的な観測点を設け, それらをすべて監視可能でかつ, 視線が連結した最小の母点の個数を求める。さらに, 各観測点から母点までの長さを最小化するグラフを“最小 2 次元 Isovist Graph”と名付け, それを数計計画の枠組みで定式化・求解する。

#### 1.3 関連研究

上記の問題設定は, できるだけ少数の観測点で空間を監視するという意味で, 古典的な計算幾何学の美術館問題と関連する。この問題は NP 困難なことが知られており, 発見的解法が提案されている<sup>8)</sup>。美術館問題においては, 監視員同士の連結性は考慮されていないが, 空間構成の観点からは, 各 Isovist の視点が視線を通じて連結していることが重要である。この要件は, それまで手書きで描かれていた Axial map を自動的に作成しようと試みた Turner らの研究<sup>9)</sup>に遡る。しかし連結性を考慮すると問題がさらに難しくなるため, 彼らの研究では発見的解法が提案され, その

後 Depthmap に実装されている。Jung ら<sup>10)</sup>は Axial map を数理最適化で厳密に求解しようとしたが、連結性を制約条件にすることはできなかった。

以上を纏めると、これまでの自動化の提案手法は Axial map に関連するものであり、提案手法が発見の手法であった。本研究は、最小 Isovist グラフという新しい分析モデルの枠組みを提案している点、厳密解法で連結性まで考慮している点、最小長さの視点という Isovist ならではの問題設定を p-median 問題で定式化している点などで独自性を有している。

## 2. 提案手法

提案手法のフローを図1に示す。データ設定を行った後、平面上の観測点をくまなく監視でき、かつ連結した必要最小限の Isovist の母点数  $n$  を最適化で求め (Opt 1)、次に平面上の観測点を偏りなく監視するのに最適な  $n$  個の母点を p-median 問題を解いて選択する (Opt 2) という 2 段階の最適化問題となっている。以下に順を追って説明する。

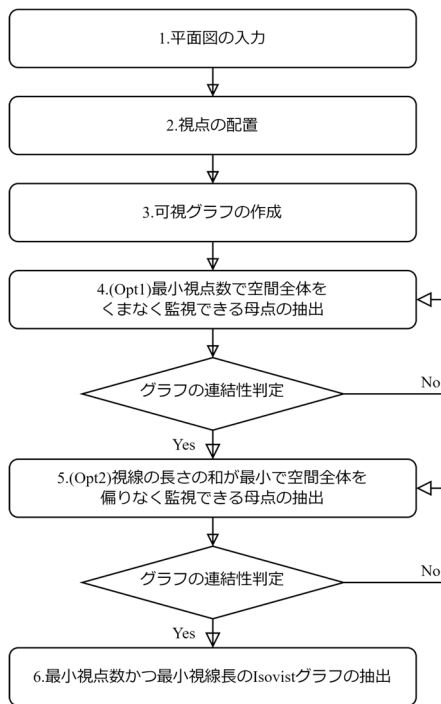


図1 提案手法のフロー

### 2.1 視点の配置

Rhinoceros を用いて分析対象の平面図を入力し、Grasshopper を用いて、平面上に規則的に点を配置する。

### 2.2 可視グラフの作成

Grasshopper 及びプラグイン GhPython を用いて、各点において障害物との衝突判定及び点同士の可視-不可視の判定を行い、全観測点の可視グラフを作成する。

### 2.3 Opt1: 空間全体を監視可能な最小母点数の求解

式(1)-(7)までの混合整数計画問題を定式化した。

$$\text{Minimize } n \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{q \in V_p} x_q \geq 1, \quad \forall p \in P \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P} x_p = n \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{p \in P} e_p \geq n - 1 \quad (4)$$

$$e_p \geq 1, \quad \text{if } x_p = 1, \forall p \in P \quad (5)$$

$$e_p = \begin{cases} \sum_{q \in V_p} x_q - 1, & \text{if } x_p = 1 \\ 0, & \text{if } x_p = 0 \end{cases}, \quad \forall p \in P \quad (6)$$

$$\text{遅延制約 } \sum_{p \in P_1} x_p - \sum_{p \in P \setminus P_1} x_p \leq |P_1| - 0.5, \quad \text{if } G[P_1] \text{ が非連結} \quad (7)$$

目的関数(1)は母点数  $n$  の最小化である。Opt 1/2 の定数・変数をまとめて以下に示す。

#### 【集合】

- $P$  : 平面内の観測点の集合
- $E$  :  $\forall p \in P$  において、 $p$  と  $\forall q \in V_p$  を結んでできるエッジ集合
- $G = (P, E)$  :  $P, E$  からなる可視グラフ。
- $V_p$  :  $p \in P$  から見える観測点の集合 (自己を含む)。

#### 【定数】

$len_{p,q}$  :  $p \in P$  と  $q \in V_p$  とのユークリッド距離。

#### 【変数】

- $n$  : Isovist の母点数。
- $x_p \in \{0,1\}$  :  $p \in P$  が母点となる(1)か否(0)か。
- $x = \{x_p | \forall p \in P\}$  : 一つの解。
- $e_p$  : 母点としての  $p \in P$  から可視となる他の母点の数 (=  $p$  に接続するエッジ数)。
- $z_{p,q} \in \{0,1\}$  : 観測点  $p \in P$  が母点  $q \in V_p$  に属する(1)か否(0)か。

#### 【遅延制約での集合と定数】

- $P_1$  : 評価される解候補  $x$  において、 $x_p = 1 | p \in P_1$  となる母点集合  $P_1 \subset P$
- $G[P_1]$  :  $G$  の  $P_1$  による誘導部分グラフ

次に Opt 1 (含 Opt 2 の共通部分) の制約条件を以下に説明する。

• 制約条件(2) : すべての観測点がどこかの母点から可視である。

• 制約条件(3), (11) : 母点数の制限。

• 制約条件(4), (12) : Isovist グラフが連結である必要条件 (エッジ数  $\geq$  母点数-1)。

• 制約条件(5), (13) : Isovist グラフが連結である必要条件 (母点の次数  $\geq 1$ )。

• 制約条件(6), (14) : Isovist グラフの母点の次数の計算。

• 遅延制約(7), (15) : 制約条件(2)~(6)/(9)~(14)のみを用いて得られた解では、グラフの連結性を保証できない。グラフの連結性を表現する制約式は、素朴に書くと指数個オー

ダーあるため、条件(7),(15)を遅延制約として設定する。これは、得られた解候補 $P_1$ から抽出される $G$ の誘導部分グラフ $G[P_1]$ に対してグラフの連結性を判定し、それが非連結の場合この遅延制約が追加され、 $P_1$ が実行不可能であることを逐次明示していく。

2.4 Opt2: 空間全体を監視可能な最小視線長の母点の抽出式(8)-(17)までの混合整数計画問題を定式化した。

$$\text{Minimize} \quad \sum_{p \in P} \sum_{q \in V_p} len_{p,q} \cdot z_{p,q} \quad (8)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{q \in V_p} z_{p,q} = 1, \quad \forall p \in P \quad (9)$$

$$z_{p,q} \leq x_p, \quad \forall p, q \in P \quad (10)$$

$$\sum_{p \in P} x_p = n \quad (11)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{p \in P} e_p \geq n - 1 \quad (12)$$

$$e_p \geq 1, \quad \text{if } x_p = 1, \forall p \in P \quad (13)$$

$$e_p = \begin{cases} \sum_{q \in V_p} x_q - 1, & \text{if } x_p = 1 \\ 0, & \text{if } x_p = 0 \end{cases}, \quad \forall p \in P \quad (14)$$

$$\text{遅延制約} \quad \sum_{p \in P_1} x_p - \sum_{p \in P \setminus P_1} x_p \leq |P_1| - 0.5, \quad \text{if } G[P_1] \text{が非連結} \quad (15)$$

目的関数は式(8)のように各母点に属する観測点の視線長の和の最小化である。次に Opt 2 独自の制約条件を以下に説明する。

- ・制約条件(9) : 各観測点が属する母点の一つである。
- ・制約条件(10) :  $p \in P$ が母点とならない限り、各観測点を $p$ に割り当てることを禁止する。

### 2.5 実装

遅延制約が実装できる数理最適化ソルバーGurobi 9.5.2を用いて、Python APIにより上記問題を実装した。遅延制約はGurobiのコールバック関数として、cbLazyの制約条件で与えた。グラフの連結性判定はigraphを用いた。

### 3. 検証

検証には、瀧澤の研究<sup>11)</sup>で取り扱われた、藤本壮介による情緒障害児短期治療施設<sup>12)</sup>のフロアプランを模したものをを用いた。表1にOpt1とOpt2での母点から観測点までの平均距離を示す。Opt1とOpt2を比較すると6.406mから6.107mに減少した。図2が計算対象となる空間のみを抜き出した領域であり、図3, 4はIsovistの計算例、図5~8は2章に示したプロセスに対応し、図9が最終的に得られたグラフである。この例では、観測点の間隔 = 1.0mとして計算した。観測点数は486点である。すべての観測点が、いずれかの母点から可視であり、各母点から可視点への視線の長さの和が最小となるような母点を得られた。

表 1 母点から観測点までの距離の比較

	Opt1	Opt2
各母点から可視な観測点の合計数	990	1009
母点からの可視点までの平均距離[m]	6.406	6.107

なお求解時間は計算機(CPU:AMD Ryzen5 5600X 3.70 GHz, memory:128GB DDR4-3200, OS:Windows10 Professional)を用いて、Opt1で116.23秒、Opt2で144.77秒だった。

### 4. まとめ

本研究では、最小2D Isovistグラフによる平面被覆問題を定式化・実装し、最適解を求める検証を行った。その結果、平面全体を偏りなく監視できる最小の連結な視点集合が得られたことを確認した。今後の課題として、Isovistグラフを他の空間と比較するために、公開されている空間データセットに応用することや、グラフ畳み込みネットワークで種々の分析タスクに応用することを考えている。

### 謝辞

本研究は科学研究費補助金基盤研究C(20K04872)の補助を受けています。

### 【参考文献】

- 1) B. Hillier and J. Hanson, The Social Logic of Space. Cambridge University Press, 1984
- 2) M. L. Benedikt, To take hold of space: isovists and isovist fields, Environment and Planning B: Planning and Design, 6(1), 47-65, 1979
- 3) A. Turner, et al, From isovists to visibility graphs: a methodology for the analysis of architectural space, Environment and Planning B: Planning and Design, 28, pp.103-121, 2001
- 4) A. Takizawa and H. Kinugawa, Deep learning model to reconstruct 3D cityscapes by generating depth maps from omnidirectional images and its application to visual preference prediction. Design Science, 6, E28, 2020
- 5) 安田溪, 三浦研, 可視性分析を用いた高齢者居住施設の共用空間の計画, 日本建築学会計画系論文集, 86(781), pp.727-737, 2021
- 6) 福本健人他, 深層学習を用いた視界特性の分析に関する研究, 第44回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集, pp.523-526, 2021
- 7) 宮崎慎也, 3D Isovist Graph 解析システムの開発と応用, 日本建築学会計画系論文集, 84(765), pp.2369-2377, 2019
- 8) S. Rana, Two approximate solutions to the Art Gallery Problem, ACM SIGGRAPH 2004 Posters, p.66, 2004
- 9) A. Turner and A. Penn, and B. Hillier, An algorithmic definition of the axial map, Environment and Planning B: Planning and Design, 32(3), pp.425-444. 2005
- 10) S. K. Jung and Y. Kim, A linear programming method for finding a minimal set of axial lines representing an entire geometry of building and urban layout, Appl. Sci. 10(12), 4273, 2020
- 11) A. Takizawa, Extending space syntax with efficient enumeration algorithms and hypergraphs, 11th International Space Syntax Symposium, Lisbon, Portugal, pp.176.1-176.15, 2017
- 12) 藤本壮介, 情緒障害児短期治療施設生活棟, 北海道 伊達市, 2006

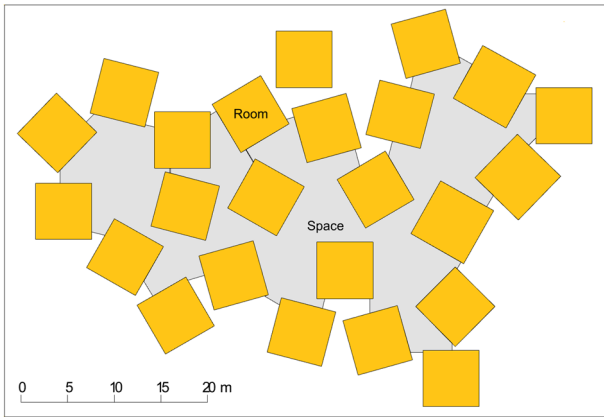


図2 藤本壮介 情緒障害児短期治療施設の平面図

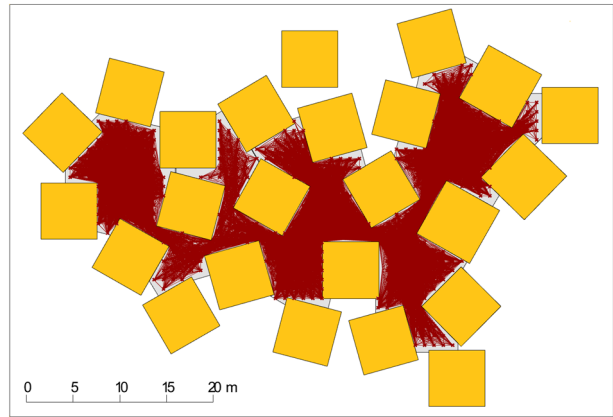


図6 全観測点の可視グラフ

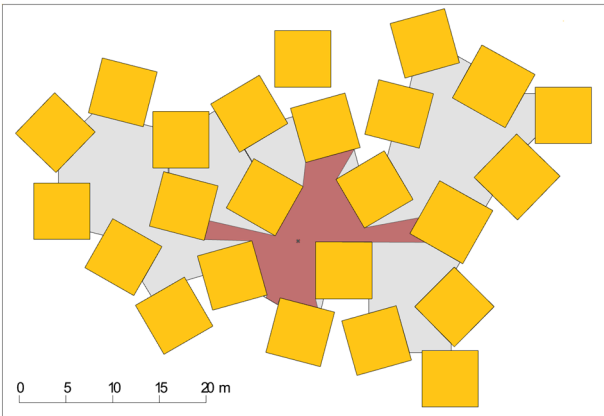


図3 単一の Isovist の例

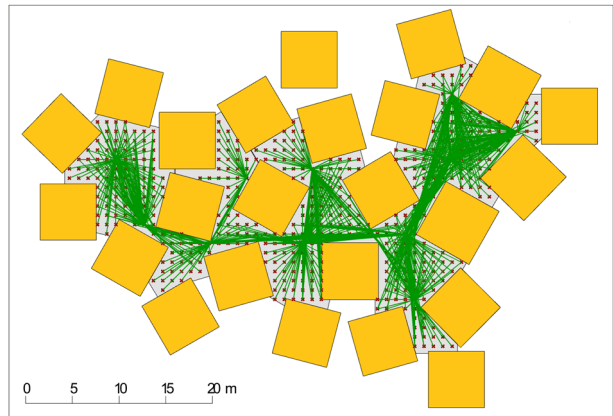


図7 Opt 2 で得られた母点からの視線

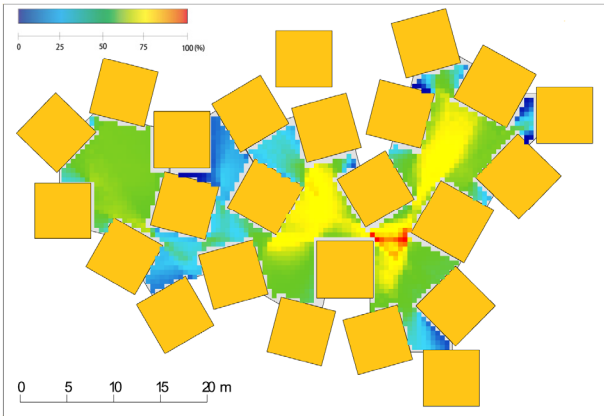


図4 Isovist field

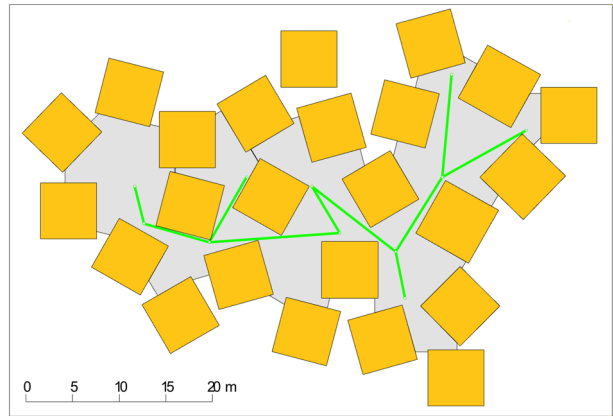


図8 Opt 1 で得られた母点のグラフ

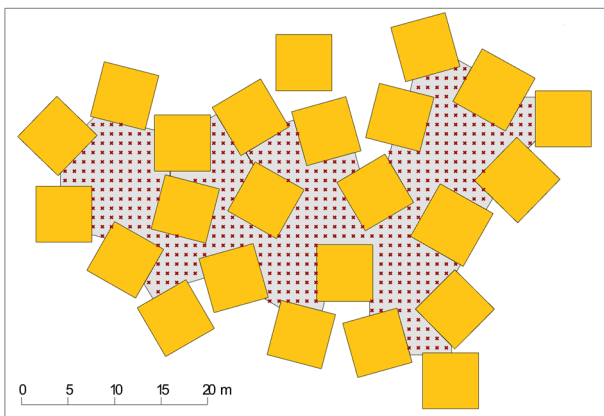


図5 観測点群

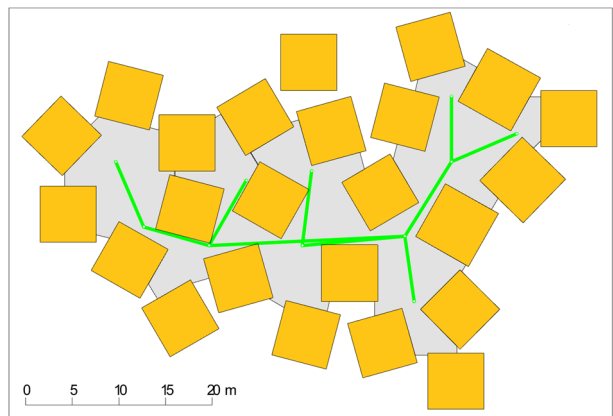


図9 得られた最小2次元 Isovist グラフ