

最小 2 次元 Isovist Graph による平面被覆の最適化

Optimization of the Planar Covering Problem

by the Minimum 2D Isovist Graph

○小田原 英義^{*1}, 瀧澤 重志^{*2}

Hideyoshi ODAWARA^{*1} and Atsushi TAKIZAWA^{*2}

^{*1} 大阪公立大学大学院生活科学研究科 博士前期課程

Graduate Student, Graduate School of Human Life and Ecology, Osaka Metropolitan University.

^{*2} 大阪公立大学大学院生活科学研究科 教授 博士(工学)

Professor, Graduate School of Human Life and Ecology, Osaka Metropolitan University, Ph.D.

キーワード : Isovist グラフ; 数理最適化; 平面被覆問題; p-メディアン問題; 連結性; 遅延制約

Keywords: Isovist graph; mathematical optimization; planar covering problem; p-median problem; connectivity; lazy constraint

1. はじめに

1.1 背景

建築・都市空間の構造を定量的に評価する手法として、Hillier ら¹⁾による Space Syntax (以下, SS) が世界中で普及している。SS の分野では, Axial map と呼ばれる軸線を用いた解析, 空間内の各地点から見た全周囲の可視-不可視の関係や程度を形で表現した Isovist²⁾による分析, 視線で空間を連結した Visibility Graph Analysis (VGA, Isovist Graph と呼ばれる)³⁾ による解析などが用いられる。

本研究ではこれらの中で Isovist に着目する。近年, Matterport などに代表される, 一人称視点型の全方位撮影装置が普及し, 室内の撮影・3 次元モデリングなどで活用されている。こうしたデバイスにより取得されるデータは, 3 次元の Isovist²⁾の深度情報に RGB 情報がついたものといえ, 空間分析をより豊かにする可能性を持っている。全方位画像を必要な位置で撮影し, 隣接する撮影地点をつないでネットワーク化すれば, 計算可能性を有した空間の全体的な表現となりうる。

1.2 問題点

空間構成を表現する伝統的な方法である Axial map は視線のネットワークであるため, 全方位画像の撮影地点は明示化されていない。また, Visibility Graph は細かいメッシュ状に並列して撮影地点を設けることになるため, モデルとしては冗長すぎる表現になる。

1.3 既往研究

上記の背景から, 筆者らは既往研究⁴⁾で, 閉じた平面上に離散的な観測点を設け, それらをすべて監視可能でかつ, 視線が連結した最小の母点の個数を求め, さらに, 各観測点から母点までの長さを最小化するグラフを“最小 2 次元

Isovist Graph”と名付け, それを数理計画の枠組みで定式化・求解した。しかし, 既報で提案された手法では各観測点は平面上に一定の間隔で規則的に配置されており, 空間の隅々まで観測点が配置されておらず, 隅角部の可視性は保証されていない。さらに, 検証に用いたモデルは藤本壮介による情緒障害児短期治療施設のみであり, 他の空間での検証が課題であった。

1.4 目的

本研究では, これらの課題に対し, 既報⁴⁾で提案した手法を改善し, 計算可能性を有した空間全体の構成を表現できるネットワークを求め, 建築・都市スケールのモデルで, 改善した手法の適用可能性を検証することを目的とする。

2. 提案手法の概要

本研究の提案手法のフローを図 1 に示す。壁面上に離散的に観測点を設け, それらをすべて監視可能でかつ, Isovist の領域が連結した最小の Isovist から構成される最小 2 次元 Isovist Graph を求める。これを厳密に求めるために, 本研究では 2 段階の数理計画問題を構成する。まず, 観測点をくまなく監視できる最小個数の Isovist の個数を求める。これは被覆問題になり, NP 困難ではあるが, 現代の数理計画ソルバーを使えば, 本研究で扱う規模の問題であれば高速に求解できる。ただし, Isovist 同士が連結であることを保証する必要があるため, 通常の制約式では指数個オーダーの制約式が必要になってしまう。遅延制約を利用して, 都度制約を追加する形で定式化を行った。2 段階目は求めた

Isovist の個数の中で, 観測点からの距離の和を最小化する Isovist の母点位置を求める問題で, これは p-median 問題として定式化できる。以下に順を追って説明する。

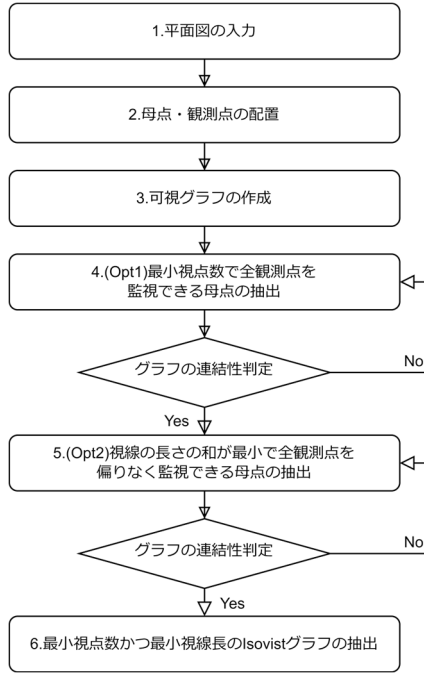


図 1 提案手法のフロー

2.1 点の配置

Rhinoceros を用いて分析対象の平面図を入力し、Grasshopper を用いて、空間内にランダムに Isovist の母点候補を所定の個数配置する。計算幾何学ライブラリ CGAL を用いて、壁面上に一定間隔で観測点を配置する。

2.2 可視グラフの作成

CGAL を用いて、各点において障害物との衝突判定及び点同士の可視-不可視の判定を行い、母点と観測点との可視グラフを作成する。また、各母点において Isovist の領域を計算し、各母点の Isovist 同士が重なっていれば、それらの点同士は連結であるとみなす間接的な可視グラフを作成する。

2.3 Opt1: 全観測点を監視可能な最小母点数の求解

式(1)-(8)までの混合整数計画問題を定式化した。

目的関数(1)は母点数 n の最小化である。Opt1/2 の定数・変数をまとめて以下に示す。

【集合】

- P : 平面内の母点の集合
- O : (線分に沿った) 観測点の集合
- $V_p \subset P$: $p \in P$ から見える母点の集合 (自己を含む)
- $W_q \subset P$: $q \in O$ から見える母点の集合
- $E : \forall p \in P$ において、 p と $\forall q \in V_p$ を結んでできるエッジ集合
- $G = (P, E) : P, E$ からなる可視グラフ

【定数】

- $len_{q,p} : q \in O$ と $p \in W_p$ のユークリッド距離

【変数】

- n : Isovist の母点数
- $x_p \in \{0,1\} : p \in P$ が母点となるか否か

$$\text{Minimize} \quad n \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{p \in P} x_p = n \quad (2)$$

$$\sum_{p \in W_q} z_{q,p} \geq 1, \quad \forall q \in O \quad (3)$$

$$z_{q,p} = x_p, \quad \forall q \in O, p \in W_q \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{p \in P} e_p \geq n - 1 \quad (5)$$

$$e_p \geq 1, \quad \text{if } x_p = 1, \forall p \in P \quad (6)$$

$$e_p = \begin{cases} \sum_{q \in V_p} x_q - 1, & \text{if } x_p = 1 \\ 0, & \text{if } x_p = 0 \end{cases}, \quad \forall p \in P \quad (7)$$

$$\text{遅延制約} \quad \sum_{p \in P} (x_p + s_p) \leq |P| - 1, \quad \text{if } G[P_1] \text{ が非連結} \quad (8)$$

• $x = \{x_p | \forall p \in P\}$: ある解候補

• e_p : 母点としての $p \in P$ から可視となる他の母点の数 (= p に接続するエッジ数)

• $l_q : q \in O$ から割り当てられた母点までのユークリッド距離

• $z_{q,p} \in \{0,1\} : q \in O$ に $p \in W_q$ が割り当てられるか否か

【遅延制約での集合と定数】

• P_1 : 評価される解候補 x において、 $x_p = 1 | p \in P_1$ となる点集合 $P_1 \subset P$

$G[P_1]$: G の P_1 による誘導部分グラフ

s_p : 評価される解候補 x において、以下の値をとる定数

$$s_p = \begin{cases} 0, & \text{if } x_p = 1 \\ 1, & \text{if } x_p = 0 \end{cases}, \quad \forall p \in P$$

次に Opt1 (含 Opt2 の共通部分) の制約条件を以下に説明する。

• 制約条件(2), (12) : 母点のノード数。

• 制約条件(3) : すべての観測点がどこかの母点から可視である。

• 制約条件(4), (13) : 母点の使用の有無と観測点の割り当てを一致させる。

• 制約条件(5), (14) : Isovist グラフが連結である必要条件 (エッジ数 $\geq$ 頂点数 - 1)。

• 制約条件(6), (15) : Isovist グラフが連結である必要条件 (頂点の次数 ≥ 1)。

• 制約条件(7), (16) : Isovist グラフの頂点の次数の計算。

• 遅延制約(8), (17) : 制約条件(2) ~ (7)/(9) ~ (16) のみを用いて得られた解では、グラフの連結性を保証できない。得られた解候補 P_1 から抽出される G の誘導部分グラフ $G[P_1]$ に対してグラフの連結性を判定し、それが非連結の場合この遅延制約が追加され、 P_1 が実行不可能であることを逐次明示していく。

2.4 Opt2: 全観測点を監視可能な最小視線長の母点の抽出

式(9)-(16)までの混合整数計画問題を定式化した。

$$\text{Minimize} \quad \sum_{q \in O} l_q \quad (9)$$

$$\text{subject to} \quad l_q = \text{len}_{q,p}, \quad \text{if } z_{q,p} = 1, \forall q \in O, p \in W_q \quad (10)$$

$$\sum_{p \in W_q} z_{q,p} = 1, \quad \forall q \in O \quad (11)$$

$$\sum_{p \in P} x_p = n \quad (12)$$

$$z_{q,p} \leq x_p, \quad \forall q \in O, p \in W_q \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{p \in P} e_p \geq n - 1 \quad (14)$$

$$e_p \geq 1, \quad \text{if } x_p = 1, \forall p \in P \quad (15)$$

$$e_p = \begin{cases} \sum_{q \in V_p} x_q - 1, & \text{if } x_p = 1 \\ 0, & \text{if } x_p = 0 \end{cases}, \quad \forall p \in P \quad (16)$$

$$\text{遅延制約} \quad \sum_{p \in P} (x_p + s_p) \leq |P| - 1, \quad \text{if } G[P_1] \text{が非連結} \quad (17)$$

目的関数は式(9)のように各母点に属する観測点の視線長の和の最小化である。次に Opt2 独自の制約条件を以下に説明する。

- ・制約条件(10): 観測点と割り当てられた母点の距離の対応。
- ・制約条件(11): 各観測点は可視な母点一つだけに割り当てられなければならない。

2.5 実装

遅延制約が実装できる数値最適化ソルバーGurobi 10.0.1を用いて、Python APIにより上記問題を実装した。遅延制約はGurobiのコールバック関数として、cbLazyの制約条件で与えた。グラフの連結性判定はigraphを用いた。

3. 検証

検証には、既往研究⁴⁾⁵⁾で取り扱われた、藤本壮介による情緒障害児短期治療施設⁶⁾に加え、Peponisら⁷⁾、Jungら⁸⁾、Turnerら⁹⁾の研究で用いられた建築空間及び都市空間のモデルを用いた。表1に各モデルでの計算条件と計算結果を示す。本研究の例では、観測点の間隔は、モデルの外周の長さを100で割った値とし、壁の長さが分割間隔以下の場合には壁の中点を観測点に追加した。結果として、すべての建築・都市空間のモデルにおいて、全観測点が何れかの母点から可視であり、各母点から観測点への視線の長さの和が最小となる母点集合が得られた。(図2)

4. まとめ

本研究では、既存の最小2次元Isovist Graphによる平面被覆問題を改善し、様々なモデルで検証を行った。その結果、すべてのモデルで壁面上の全観測点を偏りなく監視できる最小の連結な視点集合が得られたことを確認した。

ただし、(g)や(h)など狭い室・空間が接続するモデルでは、

表 1 各モデルでの計算条件と求解時間

モデル	n	母点 候補	観測 点数	Opt1 [s]	Opt2 [s]
(a) 情緒障害児 短期治療施設	10	2000	164	82	577
(b) Plan of Building 1	13	2000	290	804	95
(c) Plan of Building 2	10	2000	190	220	60
(d) Plan of Building 3	6	2000	153	555	248
(e) Plan of Gassin	29	2000	543	16	329
(f) Plan of Apt	61	2000	840	9	21
(g) Barnsbury	64	2000	1669	4	26
(h) The National Gallery, London	48	2000	1108	59	591

求解時間は計算機(CPU: Intel i5-13600KF 3.50 GHz, memory:128GB DDR4-3200, OS:Windows10 Professional)を用いた秒数を表す。

必要な母点の数が多くなり、空間構成を表現するネットワークとしては冗長である。空間の分節が曖昧な(a),(c),(d)のモデルでは、空間のまとまりや接続関係をうまく表現できている。本手法は、空間の分節が曖昧な建築空間に適していると考えられる。今後の展望として、公開されている空間データセットに応用することや、グラフ畳み込みネットワークで種々の分析タスクに応用することを考えている。

謝辞

本研究は科学研究費補助金基盤研究C(23K04161)の補助を受けています。

【参考文献】

- 1) B. Hillier and J. Hanson, The Social Logic of Space. Cambridge University Press, 1984
- 2) M. L. Benedikt, To take hold of space: isovists and isovist fields, Environment and Planning B: Planning and Design, 6(1), 47–65, 1979
- 3) A. Turner, et al, From isovists to visibility graphs: a methodology for the analysis of architectural space, Environment and Planning B: Planning and Design, 28, pp.103-121, 2001
- 4) 小田原英義, 瀧澤重志, 最小2次元Isovistグラフによる平面被覆問題, 日本建築学会第45回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集, 報告, 建築会館, pp.200-203, 2022
- 5) A. Takizawa, Extending space syntax with efficient enumeration algorithms and hypergraphs, 11th International Space Syntax Symposium, Lisbon, Portugal, pp.176.1-176.15, 2017
- 6) 藤本壮介, 情緒障害児短期治療施設生活棟, 北海道 伊達市, 2006
- 7) J. Peponis, et al, On the Generation of Linear Representations of Spatial Configuration, Environment and Planning B: Planning and Design, 25(4), pp. 559–576. 1998
- 8) S. K. Jung and Y. Kim, A linear programming method for finding a minimal set of axial lines representing an entire geometry of building and urban layout, Appl. Sci. 10(12), 4273, 2020
- 9) A. Turner, A. Penn and B. Hillier, An algorithmic definition of the axial map, Environment and Planning B: Planning and Design, 32, pp.425-444, 2005

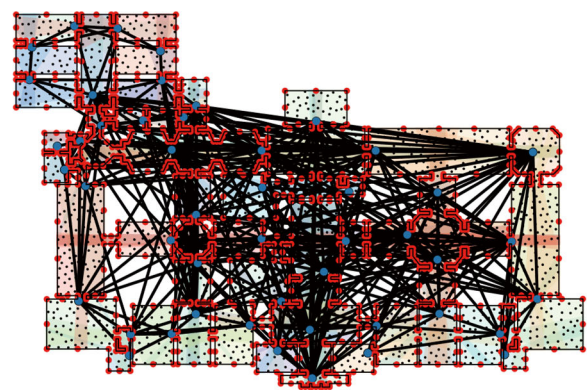
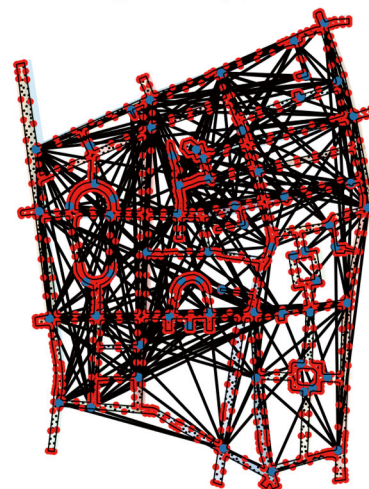
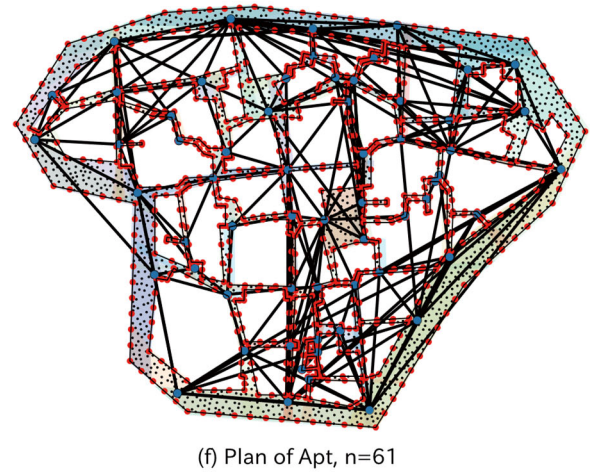
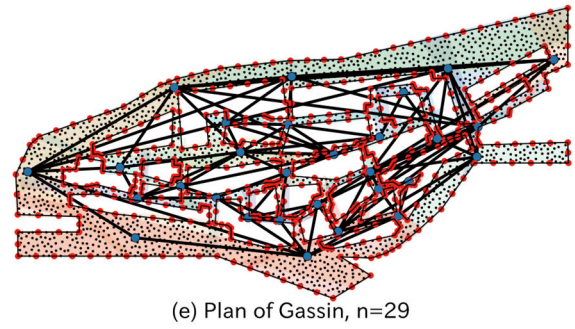
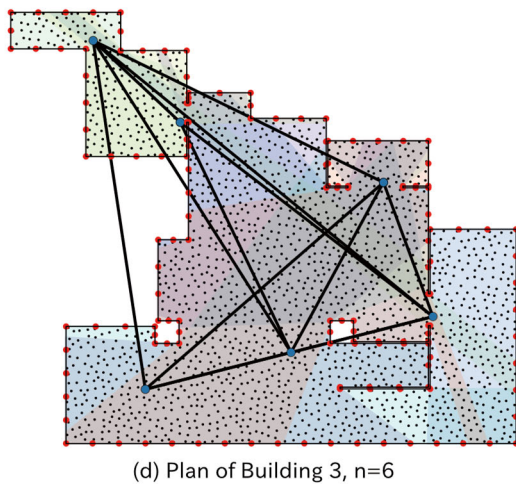
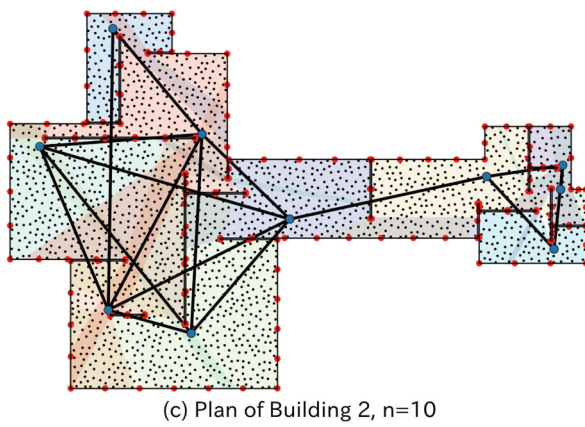
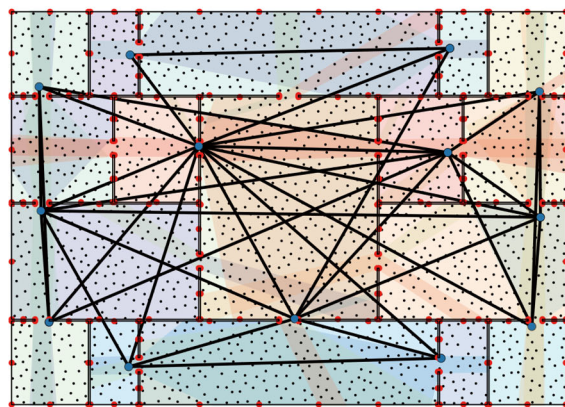
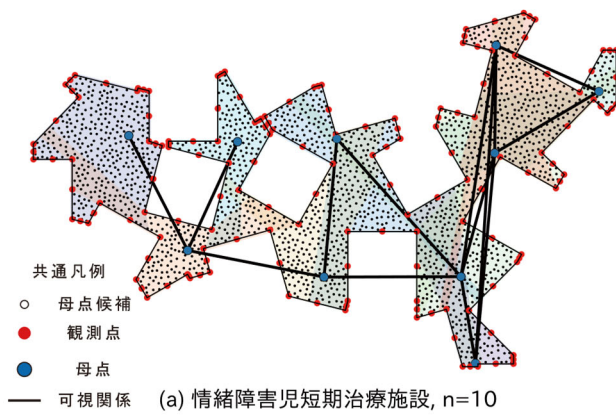


図 2 母点の Isovist 同士が連結な最小 2 次元 Isovist Graph (No scale)