

曲線の kerfing を施したベンディングアクティブシェルの形態創生 Computational Morphogenesis of Bending Active Shells with Curved Kerfing

藤田 慎之輔^{*1}
Shinnosuke Fujita^{*1}

^{*1} 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授

Assoc. Prof., Graduate School of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード : Kerf Bending; 幾何学的非線形解析; 位相最適化; 断面最適化

Keywords : Kerf Bending; Geometrically nonlinear analysis; Topology optimization; Section optimization

1. はじめに

過去に構造形態創生と呼ばれてきた手法は、応力やひずみエネルギーなどを目的関数として形状やトポロジーを操作し、曲げではなく主に軸力によって外力に抵抗する形態を獲得するアプローチが一般的であり、遺伝的アルゴリズムなどの発見的手法や数値計画法などの理論的手法によって高い剛性を有する解形態が模索されてきた。一方近年では、あえて構造物に柔性を持たせることで、曲げ変形を積極的に活用して曲面形状を創生する研究^{1) 2) 3)}がおこなわれはじめている。板状の構造物に切り込みを入れて曲げる手法である KerfBending は、構造物に柔性を与える代表的な手法の1つであり、弾性材料に Kerfing を施すことで物性を変化させ曲面を生成する手法などが研究されているが、kerfing パターンは主に直線に限定されている。本研究では直線ではなく曲線状の Kerfing パターンを作成し幾何学的非線形解析によりその変形性状の考察を行う。さらに、トポロジー最適化によって変形後の形状が指定された曲面形状となるような kerfing パターンを解析的に得る手法を考案し、提案手法の有効性を検証する。

2. 曲線 Kerfing を施した面材の解析モデル

最適化する初期モデル形状は図1に示すような同心円状の Kerfing パターンとする。全体の円の半径は $R = 0.22\text{m}$ 、部材の断面は $5\text{mm} \times 5\text{mm}$ 角と非常に小さなオーダーであるが、これは将来的なモックアップ検証を見据えて3Dプリンタでの造形を想定しているためである。材料物性値はABS樹脂(3Dプリンタのフィラメント)の一般値としてヤング係数 2.5GPa 、ポアソン比は 0.35 を与える。この構造は、同心円状に並ぶ10個の円部材と、隣接する円を千鳥に連結する10個 $\times$ 9セットの放射状の部材から構成されており、本研究では前者を Curved beam、後者を Linking beam と呼ぶことにする。

弾性解析には3次元梁要素を用い、図1を線材置換したモデルを解析対象とする。図2では Curved beam の曲線、Linking beam の節点を考慮するためそれぞれの円を40分割した要素で構成しており、内周の節点40個すべてを加力点とする、また外周を固定端としている。弾性変形による形態操作を想定しているため、材料非線形性は考慮しないが、変形が微小変形内に収まらないものの挙動も考慮するため幾何学的非線形性を考慮する。

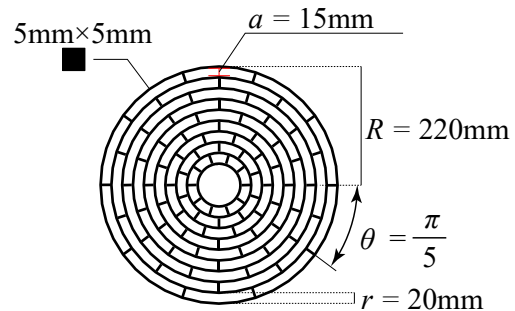


図1 解析対象の曲線 Kerfing パターン

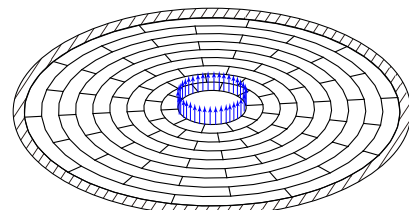


図2 線材置換モデル

3. 最適化問題の定式化

本研究では、各部材の断面と LinkingBeam のトポロジーを各々設計変数とし最適化を行い、指定された曲面形状へ変形するような架構の模索を試みる。最適化計算における変形形状の導出は、線形解析と幾何学的非線形解析の双方により行い、それぞれの差異を考察するものとする。部材数を n 、節点数を m とし、変形後の節点座標ベクトル $\mathbf{r}_i$ と、目標となる指定曲面形状の節点座標ベ

クトル $\mathbf{g}_i$ をそれぞれ次式で定義する．

$$\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\mathbf{g}_i = [\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i]^T \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

本研究では，各部材の断面幅を集めたベクトルを $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_m]^T$ として断面を設計変数とした最適化問題

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{a}}{\text{minimize}} && \sum_{k=1}^m (\mathbf{r}_k - \mathbf{g}_k)^2 \\ & \text{subject to} && 3\text{mm} \leq a_i \leq 10\text{mm}, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3)$$

と，各節点に対する Linking Beam の有無を表す 0-1 変数を $\mathbf{t} = [t_1, \dots, t_{n_L}]^T$ として放射状部材の位相を変数とした最適化問題

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{t}}{\text{minimize}} && \sum_{k=1}^m (\mathbf{r}_k - \mathbf{g}_k)^2 \\ & \text{subject to} && t_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n_L \end{aligned} \quad (4)$$

の 2 つを取り扱う．ここで， n_L は Linking Beam の数とする．

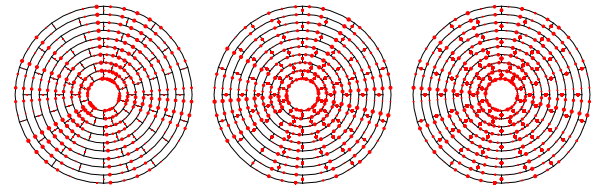
本研究では，同心円を下部から上部に向かって半径を小さくしながら移動させたときにできる軌跡による立体を考える．立面的な曲率がそれぞれ $1/300[\text{mm}^{-1}]$ ， $0[\text{mm}^{-1}]$ ， $-1/300[\text{mm}^{-1}]$ であり，等しい高さを有する 3 種類の立体を目標形状とし，それぞれの形状に変形するような断面分布ならびに Linking Beam のトポロジーを求めることを行う．最適化手法として連続・離散/整数・混合整数の問題に適応できる最適化ソルバー MIDACO⁴⁾ を用いた．計算回数の上限値を，線形解析時最適化では 100 万回，幾何非線形解析時最適化では 2 万回に設定し最適化を行う．

4. Kerfing により生成される部材の断面最適化

4.1. 線形解析時の変形に対する断面最適化

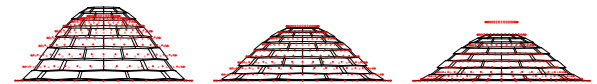
最適化問題 (3) について，線形解析時の変形形状を $\mathbf{r}_i$ として最適化を行った結果を図 3～5 に示す．図 3 には最適化後の部材の断面幅の分布を赤い点の大きさで示している．図 4 および 5 には，最適化後の変形形状を黒線で，目標形状の節点位置を赤点でそれぞれ示している．図 3(a)～(c) を見ると，曲率が $1/300$ の目標形状に対しては，Linking Beam は断面幅は比較的小さいが，目標形状の曲率が 0 ， $-1/300$ と減少するにつれて Linking Beam の断面幅が大きくなっていることが確認できる．Curved Beam はいずれの目標形状の場合でも円状に一定の部材間隔で断面幅の増減を繰り返しているが，断面幅の大きな部材の割合は，目標形状の曲率が小さくなるに

つれて増加していることが確認できる．図 4 を見ると，最適解における変形後の形状は，特に曲率が $1/300$ ないしは $-1/300$ の目標形状からは大きく乖離していることが確認できる．いずれの変形形状も，立面的には曲率のない形状で類似していることから，断面幅の変化が変形によって生まれる曲面の曲率に影響が小さいと考えられる．



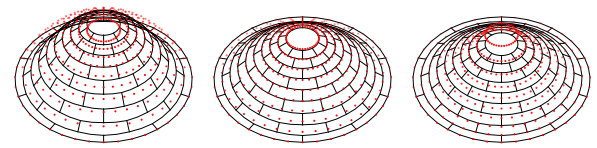
(a) 曲率 $1/300$ (b) 曲率 0 (c) 曲率 $-1/300$

図 3 部材断面幅の分布



(a) 曲率 $1/300$ (b) 曲率 0 (c) 曲率 $-1/300$

図 4 変形形状立面図

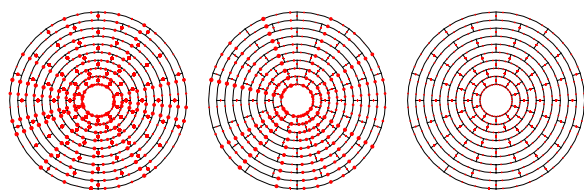


(a) 曲率 $1/300$ (b) 曲率 0 (c) 曲率 $-1/300$

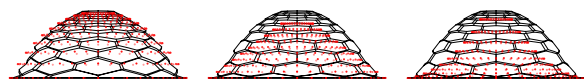
図 5 変形形状鳥瞰図

4.2. 幾何学的非線形解析時の変形に対する断面最適化

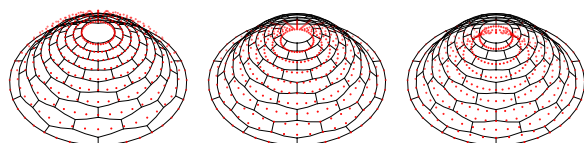
最適化問題 (3) について，幾何学的非線形解析時の変形形状を $\mathbf{r}_i$ として最適化を行った結果を図 6～8 に示す．図 6 には最適化後の部材の断面幅の分布を赤い点の大きさで示している．図 7 および 8 には，最適化後の変形形状を黒線で，目標形状の節点位置を赤点でそれぞれ示している．線形解析と幾何学的非線形解析における変形形状の差異が大きいことから，幾何学的非線形性の影響は強いと言える．断面幅分布は Linking Beam, Curved Beam のいずれにおいても，線形解析の時とは異なる結果が得られたが，いずれの変形形状も正の曲率を有する類似したものとなっている事が確認できる．線形解析の場合と同様に，断面幅を変えることによる変形形状の変化は限定的であり，断面幅のみの操作によって変形形状を制御することには限界があることが推察される．



(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300
図 6 部材断面幅の分布



(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300
図 7 変形形状立面図



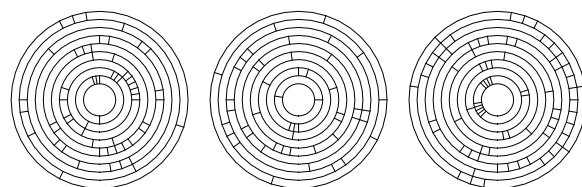
(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300
図 8 変形形状鳥瞰図

5. Kerfing により生成される放射状部材位相最適化

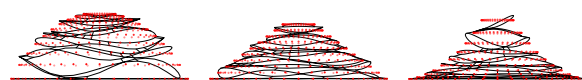
5.1. 線形解析時の位相最適化

最適化問題 (4) について、線形解析時の変形形状を r_i として最適化を行った結果を図 10~11 に示す。図 9 には最適化後の放射状部材の位相を示す。図 10 および 11 には、最適化後の変形形状を黒線で、目標形状の節点位置を赤点でそれぞれ示している。図 9(a) を見ると位相の特徴として外周に比べ中央側に Linking Beam が集中して存在していることが確認できる。これは図 10 の (a) を見ると目標の曲面は曲率が正であるから中央は隣り合う節点間の鉛直方向の距離が近くなっているため、中央の Linking Beam が増加すると剛性が上がり、中央の変形量が小さくなることで目的の変形量に近づいていることが確認できる。図 9(b) では位相の特徴としてモデル全体に Linking Beam が分散して存在していることが確認できる。これは図 10(b) を見ると目標の曲面は曲率が 0(1/mm) であるから全体の隣り合う節点間の鉛直方向の距離が一定となっているため、Linking Beam を分散配置することで剛性が均一となり目的の変形量に近づいたためと確認できる。図 9(c) を見ると位相の特徴として外周部に Linking Beam が集中して存在していることが確認できる。これは図 10(c) を見ると目標の曲面は曲率が負であるから外周側では隣り合う節点間の鉛直方向の距離が近くなっており、外周部に Linking Beam を配置することで外周側の剛性が高くなり目的の変形量に近づいたためと推察できる。図 10 と図 11 を見ると次節で述

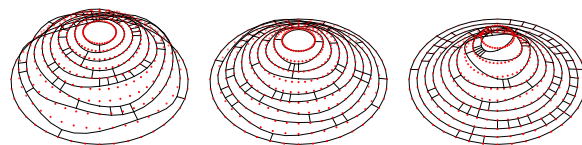
べる幾何非線形解析時と比較して目的の形状に近づいているが Curved Beam が波打つような変形をしていることが確認できる。これは大変形による剛性変化を考慮していないため円状の材の初期剛性が大きく出ていると確認できる。



(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300
図 9 放射状部材の位相



(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300
図 10 変形形状立面図



(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300
図 11 変形形状鳥瞰図

5.2. 幾何学的非線形解析時の位相最適化

最適化問題 (4) について、幾何学的非線形解析時の変形形状を r_i として最適化を行った結果を図 13~14 に示す。図 12 には最適化後の放射状部材の位相を示す。図 13 および 14 には、最適化後の変形形状を黒線で、目標形状の節点位置を赤点でそれぞれ示している。図 12(a) を見ると線形解析時の位相 (図 9(a)) と同じように位相の特徴として外周に比べ中央側に Linking Beam が集中して存在していることが確認できる。目標の曲面はガウス曲率が正であるため中心に近いほど隣り合う節点間の鉛直方向の距離が近くなっている。このため中央に剛性が集まるほど目的の形状に近づいたためと推察できる。線形解析時の位相 (図 9(a)) と比較すると全体的に Linking Beam が多い。図 13(a) から Curved Beam の曲げ変形が大きく出ていることがわかる。図 13(a) を見ると最適化後の外周側の変形形状が乱れていることが確認できるが外周の境界条件が固定端の影響により無理な変形をしているためだと推察できる。また変形による曲面の

曲率が正となっていることから、位相最適化によって変形による面材の膨張率が下面に比べ上面側が高くなっていることが推察できる。図 13(b) を見ると変形による曲面の曲率が 0 に近似していることから位相最適化によって変形による面材の膨張率が上面と下面ともに近い値になることが推察できる。図 12(b) を見ると線形解析時のものと同様に位相の特徴としてモデル全体に Linking Beam が分散して存在していることが確認できる。これは目標の曲面はガウス曲率が 0 であるから全体の隣り合う節点間の鉛直方向の距離が一定となっているため一定間隔で Linking Beam を配置することで剛性が均一となり目的の形状に近づいたためと推察できる。また線形解析時の位相図 12(b) と比較すると全体的に Linking Beam が多い。図 12(b) を見ると比較的目的の形状に近づいているが頭頂部の変形が乱れている。これは MIDACO の反復回数が少ないため収束が十分でないと推察できる。図 12(c) を見ると線形解析時の位相 (図 9(c)) と同様に位相の特徴として外周部に Linking Beam が集中して存在していることが確認できる。目標の曲面はガウス曲率が負であるから外周側であるほど隣り合う節点間の鉛直方向の距離が近くなっていることがわかり、外周部に Linking Beam を配置することで外周側の剛性が高くなり目的の形状に近づいたためと推察できる。また線形解析時の位相 (図 9(c)) と比較すると全体的に Linking Beam が多いことが確認できる。図 13(c) を見ると目的の形状に近づいているが頭頂部の変形形状が乱れている。これは曲率が 0 の場合と同様に反復回数が少ないため収束が十分でないと推察できる。また変形による曲面の曲率が正となっていることから位相最適化によって変形による面材の膨張率が上面に比べ下面が高くなっていることが推察できる。

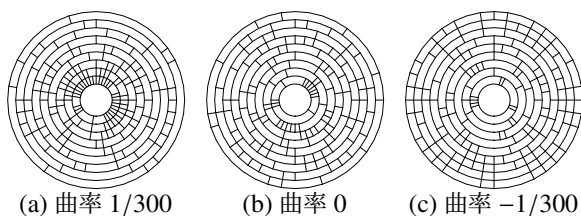


図 12 放射状部材の位相

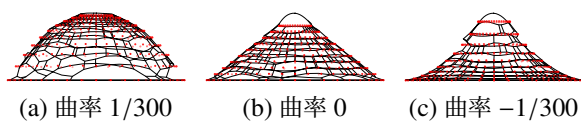
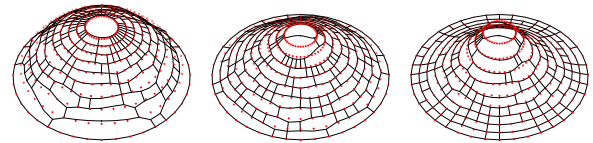


図 13 変形形状立面図



(a) 曲率 1/300 (b) 曲率 0 (c) 曲率 -1/300

図 14 変形形状鳥瞰図

6. 結論

本論文で用いた曲線の Kerfing パターンにおいては部材断面形状の最適化は変形量の制御に適しておらず、放射状部材の位相最適化が曲面形状の制御に適していることを確認した。これにより位相最適化によって構造物をマクロで見た時のヤング係数を制御することが可能であることが確認できた。目的の形状である曲面の曲率の 3 種類についての解析を行ったが複曲率曲面形状への最適化方法について検証を行うことでより複雑な形状の創生方法について発展が見込める。本研究では幾何非線形解析時、MIDACO を用いて反復回数を 2 万回での位相最適化を行った。しかし発見的手法の反復回数としては少なため、反復回数を増やして解析を行うことでより精度の高い結果が得られると考えられる。また幾何非線形解析時、計算時間が膨大となるためメモリを使用した同値計算の省略や CPU の並列処理や GPU の活用、機械学習などで計算時間を短縮していくことも重要な課題である。最適化結果を実際に作成することで実証実験を行うことで最適化による変形曲面の創生を実証していくことが考えられる。Kerfing パターンを施した面材の構造物をマクロで見た時のヤング係数を制御することで新たな形態の制御につながるのではないかと考えられる。

[参考文献]

- 1) T. Ohshima, T. Tachi, H. Tanaka, and Y. Yamaguchi. Analysis and design of elastic materials formed using 2d repetitive slit pattern. *IASS Symposium*, Vol. 2015, , 2015.1.
- 2) Emanuela Lanzara Mara Capone. Kerf bending: ruled double curved surfaces manufacturing. *Sao Paulo: Blucher*, pp. 653–660, 2018.
- 3) C.G.Broyden. The convergence of a class of double rank minimization algorithms1. general considerations. *J.Institute of Mathematics and Its Applications*, p. 22 – 24, 2017.
- 4) M. Schlueter, J. A. Egea, and J. R. Banga. Extended ant colony optimization for non-convex mixed integer nonlinear programming. *Computers & Operations Research*, Vol. 36, No. 7, pp. 2217–2229, 2008.8.