環境性能と構造性能を勘案した連続体シェルの形状・位相同時多目的最適化
Multi objective optimization of shape and topology for continuum shell considering environmental and structural performance

○小林　龍青[*1]，藤田　慎之輔[*2]
Ryusei KOBAYASHI[*1]，Shinnosuke FUJITA[*2]

*1 北九州市立大学 国際環境工学部　建築デザイン学科 学士課程
Under Graduate Student, Faculty of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu
*2 北九州市立大学大学院 国際環境工学研究科 准教授
Assoc. Prof., Graduate School of Environmental Engineering, The University of Kitakyushu, Dr. Eng.

キーワード：形状最適化　位相最適化　日射熱取得量　ひずみエネルギー
Keywords：Shape optimization　Topology optimization　Solar heat gain　Strain energy

1. はじめに

自由曲面シェルに複数設けられた開口部は, その位置や大きさによって力学的性能に影響を与えると同時に, 建築空間の環境にも影響を及ぼす．そこで本研究では, 連続体シェルを対象として形状と開口位置の双方を設計変数とした最適化手法を提案する.

2. シェルの形状表現

本研究では，シェルの節点座標は $(I+1)\times(J+1)$ の制御ネットを有する B スプライン曲面により離散化する．各制御点の z 座標を並べたベクトルを $\boldsymbol{q}_z$ とおく.

$$\boldsymbol{q}_z=\begin{pmatrix} q_{z,00} & \cdots & q_{z,0J} & \cdots & q_{z,I0} & \cdots & q_{z,IJ}\end{pmatrix}^\top \tag{1}$$

節点数を n, 要素数を m とし，節点の z 座標を集めたベクトルを次式で定義する.

$$\boldsymbol{z}=\begin{pmatrix} z_1 & \cdots & z_n\end{pmatrix}^\top \tag{2}$$

このとき，節点 z 座標は次式のように離散化される.

$$z_k=\sum_{i=0}^{I}\sum_{j=0}^{J} q_{z,ij}\boldsymbol{B}_{i,N}(u_k)\boldsymbol{B}_{j,M}(v_k),\ k=1,\cdots,n \tag{3}$$

x,y 座標も同様である．ここで (u_k,v_k) は k 番目の節点の節点座標に対応したパラメータであり，$\boldsymbol{B}_{i,N}(u_k)$ は u 方向の N 次の B スプライン基底関数であることを表す.

3. 開口部配置の表現

本研究では，既往の研究 [1] と同様に，格子点座標を用いて開口部配置を表現する．シェル要素は $n_x\times n_y=m$ の格子状に配置されているものとすると，各要素の位置は格子点座標 $(\hat{\boldsymbol{x}},\ \hat{\boldsymbol{y}})$ を用いて表される．設ける開口部の数を $\bar{n}$ とすると，開口部の位置は整数変数ベクトル $\hat{\boldsymbol{x}}$，$\hat{\boldsymbol{y}}$ を用いて次のように表現できる.

$$\hat{\boldsymbol{x}}=\begin{pmatrix}\hat{x}_1 & \cdots & \hat{x}_{\bar{n}}\end{pmatrix}^\top,\ \hat{x}_i\in\{1,\cdots,n_x\},\ i=1,\cdots,\bar{n} \tag{4a}$$

$$\hat{\boldsymbol{y}}=\begin{pmatrix}\hat{y}_1 & \cdots & \hat{y}_{\bar{n}}\end{pmatrix}^\top,\ \hat{y}_i\in\{1,\cdots,n_y\},\ i=1,\cdots,\bar{n} \tag{4b}$$

この時, 格子点（$\hat{x}_i$，$\hat{y}_i$）に対応する要素を削除し，開口部とすることで，高々 $2\bar{n}$ 個の整数変数で開口部位置をコントロールできる.

4. 最適化問題の定式化

本研究では次の最適化問題を取り扱う.

$$\begin{aligned}\underset{\boldsymbol{X}}{\text{minimize}}\quad & \begin{cases} f=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{u}^\top\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} \\ -I=-\displaystyle\sum_{i=1}^{q}\bar{I}_i\end{cases} \\ \text{subject to}\quad & V-\bar{V}\le 0 \\ & g=\prod_{i\neq j\cap i<j}\left\{(\hat{x}_i-\hat{x}_j)^2+(\hat{y}_i-\hat{y}_j)^2\right\}-1\ge 0\end{aligned} \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は節点変位ベクトル，$\boldsymbol{K}$ は線形弾性剛性マトリクス，V はシェルの総体積，$\bar{V}$ は V の上限値である．$g\ge 0$ は開口部が重複しないための制約であり，同一の格子点座標が同時に存在する場合は第 1 項が 0 となることで重複が回避される．また，開口部配置がチェッカーボードパターンとならないような制約も別途考慮している.

本研究では，構造性能の評価指標としてひずみエネルギー f を，環境性能の評価指標として日射取得量 $\bar{I}_i$ を用い，それぞれ最小化／最大化する．本研究では日射の観測値は下関，観測時期は冬 (1 月 1 日 0 時～2 月 28 日 23 時) を仮定し，後述する解析モデルの平面を 1m × 1m の計 q 個のグリッドに分割し，各グリッドごとに算出さ

日本建築学会情報システム技術委員会
第46回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集，478−481，2023年12月，東京
Proceedings of the 46th Symposium on Computer Technology of Information, Systems and Applications，AIJ，478−481，Dec.，2023，Tokyo

れる日射取得量 $\bar{I}$ の総和をシェルの日射取得量 I と定義する．

設計変数の低減による計算効率の向上ならびに得られる解の過度な複雑性の回避のため，形状については 1/8 対称性を，開口部配置については 1/4 対称性を考慮する．1/8 領域から隅部を除いた部分の制御点 z 座標を並べたベクトルを $\boldsymbol{q}_z^*$，1/4 領域から縁部の要素を除いた範囲の格子点座標ベクトルを $\hat{\boldsymbol{x}}^*$，$\hat{\boldsymbol{y}}^*$ とおき，設計変数 $\boldsymbol{X}$ として次の 3 パターンを選んだ場合の数値実験を行う．

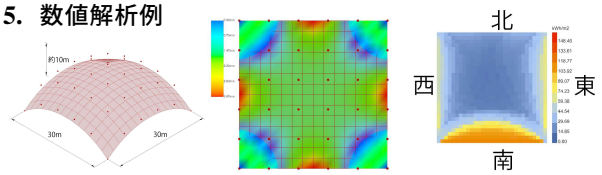
$$\boldsymbol{q}_z^* \quad \cdots \text{形状最適化} \tag{6a}$$

$$\left(\hat{\boldsymbol{x}}^{*\top}, \hat{\boldsymbol{y}}^{*\top}\right)^\top \quad \cdots \text{開口部配置最適化} \tag{6b}$$

$$\left(\boldsymbol{q}_z^{*\top}, \hat{\boldsymbol{x}}^{*\top}, \hat{\boldsymbol{y}}^{*\top}\right)^\top \quad \cdots \text{同時最適化} \tag{6c}$$

ひずみエネルギー算定のための弾性解析には OpenSees[2] を，日射量計算には Ladybug[3] を用いる．また，最適化ソルバには多目的遺伝的アルゴリズムの Grasshopper コンポーネントである Wallacei[4] を用いる．

5. 数値解析例



(a) 鳥観図と変形図　(b) 日射取得分布

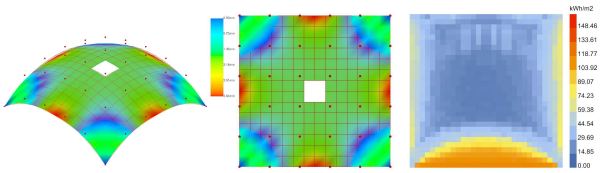
$f = 9.53\times10^{-2}$[kN], $I = 6.53\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 1015$[m^2]

図 1　解析モデル

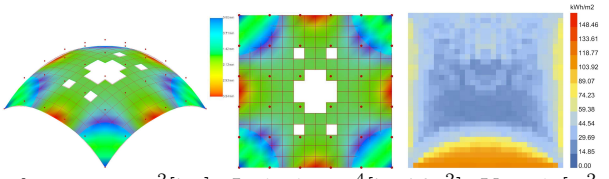
図 1 に示すような一辺の長さが 30m の正方形平面を有するライズ約 10m の裁断球殻シェルを考える．形状は $N = M = 5$ 次のスプラインにより離散化し，制御点は 6×6 の格子状に配置する ($I = J = 5$)．節点は 15×15 の格子状に配置し節点数は $n = 225$，要素数は $m = 196$ とする．外力は自重に加えて積載荷重として 1kN/m^2 を鉛直下向きに作用させる．境界条件は 4 隅を固定支持とする．シェル厚は 0.15m で一定とし，ヤング係数は $E = 21$GPa，ポアソン比は 0.2 とする．本研究では，表 1 に示す合計 4 つの最適化問題を取り扱う．ケース 12AB は，最適化問題 (5) そのものであるが，本研究では比較の対象として，f と $-I$ をそれぞれ目的関数として開口部配置のみを最適化する単一目的最適化問題 2A，2B と，開口部配置のみを最適化する多目的最適化問題 2AB も合わせて解く．遺伝的アルゴリズムにおける個体数は全ての解析ケースにおいて 50 とし，世代数は単一目的最適化では 100，多目的最適化では 500 に設定し，Wallacei のその他のパラメータは全てデフォルト値とした．図 2 にケース 2A，図 3 にケース 2B の最適化結果を，図 4〜図 6 にケース 2AB，図 7〜図 9 にケース 12AB の最適化結果をそれぞれ示す．

表 1　本研究で扱う最適化問題

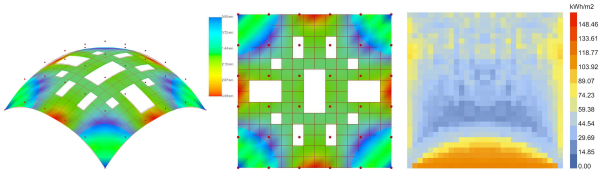
解析ケース名	目的関数		設計変数		GA パラメータ	
	f	$-I$	$\boldsymbol{q}_z^*$	$\hat{\boldsymbol{x}}^*, \hat{\boldsymbol{y}}^*$	個体数	世代数
2A	○			○	50	100
2B		○		○	50	100
2AB	○	○		○	50	500
12AB	○	○	○	○	50	500



$f = 9.43\times10^{-2}$[kN], $I = 6.69\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 997$[m^2]
(a)$\bar{n} = 4$ とした場合の開口部配置，変形図，日射取得分布

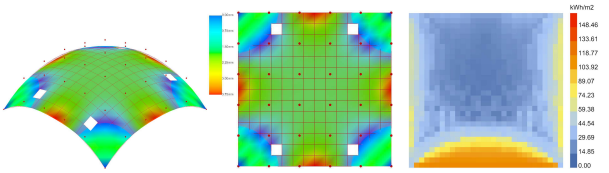


$f = 9.03\times10^{-2}$[kN], $I = 7.17\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 941$[m^2]
(b)$\bar{n} = 16$ とした場合の開口部配置，変形図，日射取得分布

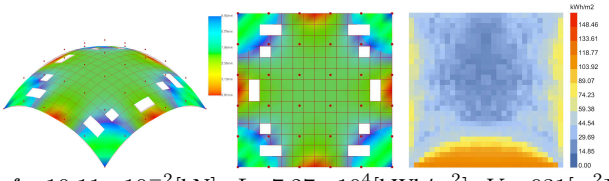


$f = 9.13\times10^{-2}$[kN], $I = 7.88\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 861$[m^2]
(c)$\bar{n} = 32$ とした場合の開口部配置，変形図，日射取得分布

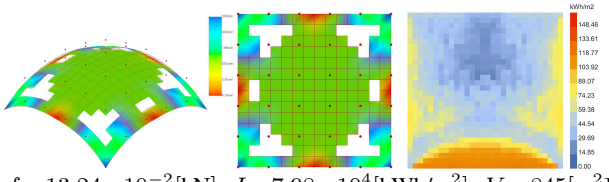
図 2　ケース 2A の最適化結果



$f = 9.66\times10^{-2}$[kN], $I = 6.72\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 994$[m^2]
(a)$\bar{n} = 4$ とした場合の開口部配置，変形図，日射取得分布

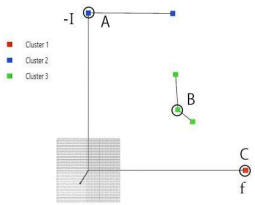


$f = 10.11\times10^{-2}$[kN], $I = 7.27\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 931$[m^2]
(b)$\bar{n} = 16$ とした場合の開口部配置，変形図，日射取得分布

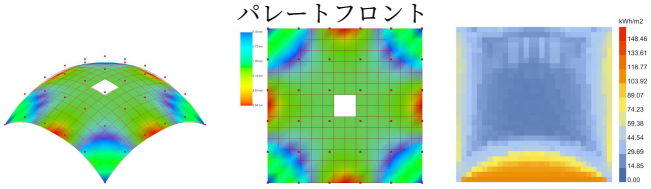


$f = 13.24\times10^{-2}$[kN], $I = 7.98\times10^{4}$[kWh/m^2], $V = 845$[m^2]
(c)$\bar{n} = 32$ とした場合の開口部配置，変形図，日射取得分布

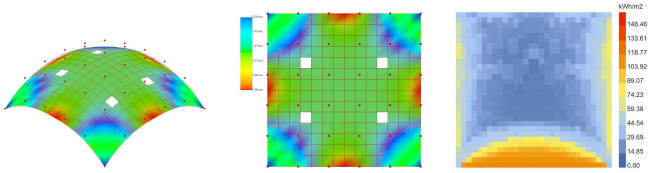
図 3　ケース 2B の最適化結果



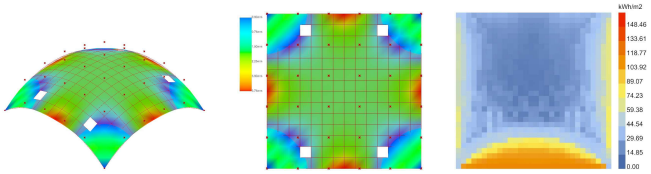
パレートフロント



$f=9.43\times10^{-2}$[kN], $I=6.69\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=997$[m^2]
(a) 解 A の開口部配置，変形図，日射取得分布

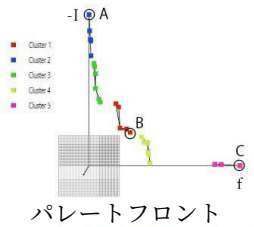


$f=9.56\times10^{-2}$[kN], $I=6.71\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=996$[m^2]
(a) 解 B の開口部配置，変形図，日射取得分布

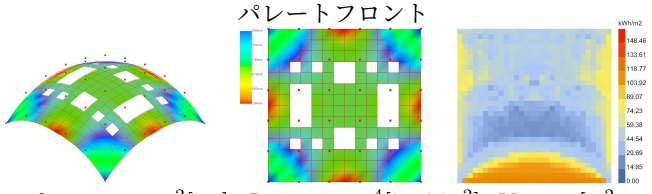


$f=9.66\times10^{-2}$[kN], $I=6.72\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=994$[m^2]
(a) 解 C の開口部配置，変形図，日射取得分布

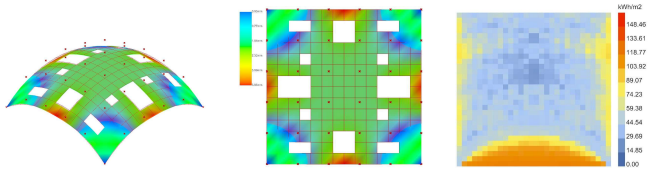
図 4　ケース 2AB の多目的最適化結果 ($\bar{n}=4$ とした場合)



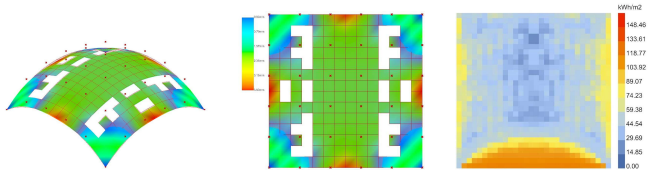
パレートフロント



$f=8.81\times10^{-2}$[kN], $I=7.84\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=860$[m^2]
(a) 解 A の開口部配置，変形図，日射取得分布

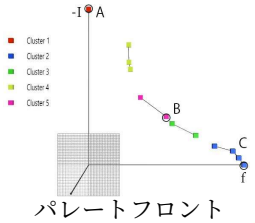


$f=9.47\times10^{-2}$[kN], $I=7.95\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=853$[m^2]
(b) 解 B の開口部配置，変形図，日射取得分布

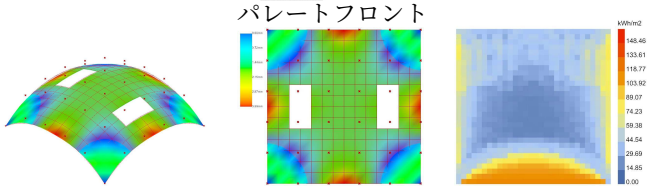


$f=11.24\times10^{-2}$[kN], $I=7.98\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=852$[m^2]
(c) 解 C の開口部配置，変形図，日射取得分布

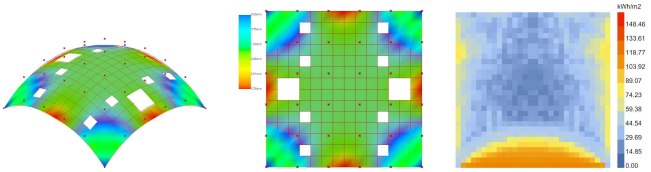
図 6　ケース 2AB の多目的最適化結果 ($\bar{n}=32$ とした場合)



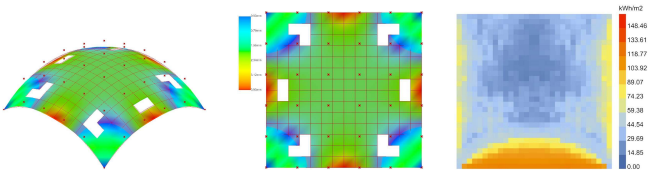
パレートフロント



$f=8.96\times10^{-2}$[kN], $I=7.22\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=937$[m^2]
(a) 解 A の開口部配置，変形図，日射取得分布

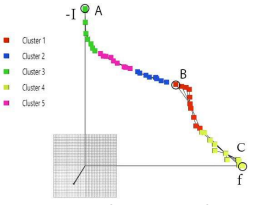


$f=9.54\times10^{-2}$[kN], $I=7.26\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=934$[m^2]
(b) 解 B の開口部配置，変形図，日射取得分布

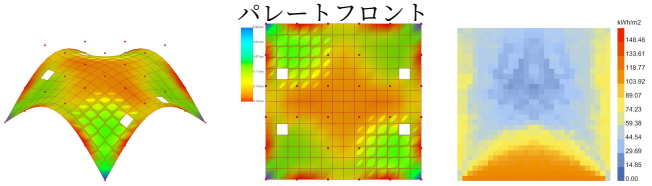


$f=10.12\times10^{-2}$[kN], $I=7.28\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=931$[m^2]
(c) 解 C の開口部配置，変形図，日射取得分布

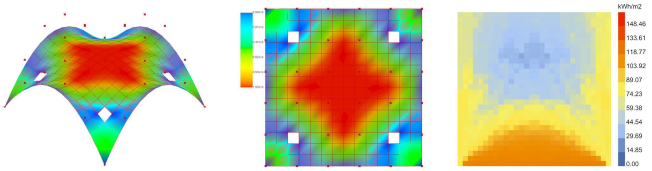
図 5　ケース 2AB の多目的最適化結果 ($\bar{n}=16$ とした場合)



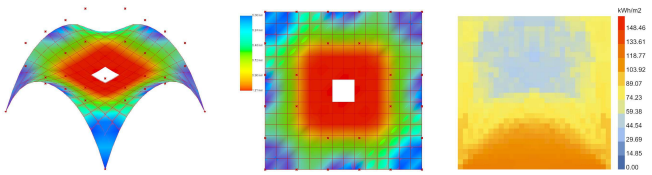
パレートフロント



$f=1.43\times10^{-2}$[kN], $I=8.45\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=1015$[m^2]
(a) 解 A の開口部配置，変形図，日射取得分布

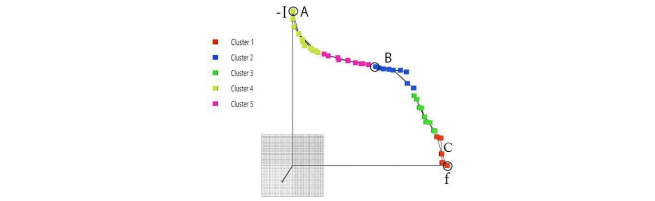


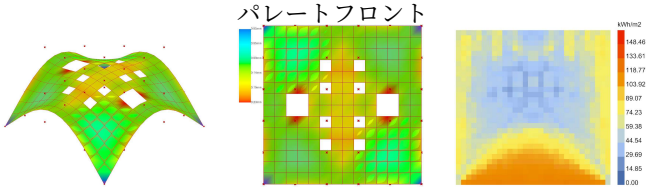
$f=3.95\times10^{-2}$[kN], $I=9.18\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=1012$[m^2]
(b) 解 B の開口部配置，変形図，日射取得分布



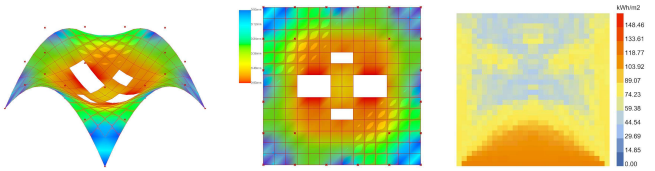
$f=6.30\times10^{-2}$[kN], $I=10.02\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=1014$[m^2]
(c) 解 C の開口部配置，変形図，日射取得分布

図 7　ケース 12AB の多目的最適化結果 ($\bar{n}=4$ とした場合)

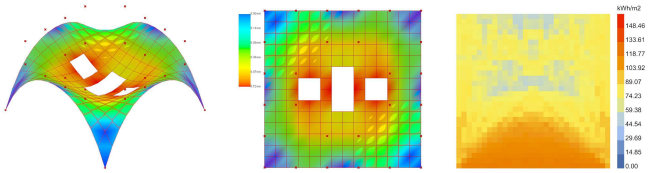




$f=1.43\times10^{-2}$[kN], $I=8.87\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=965$[m^2]
(a) 解 A の開口部配置，変形図，日射取得分布

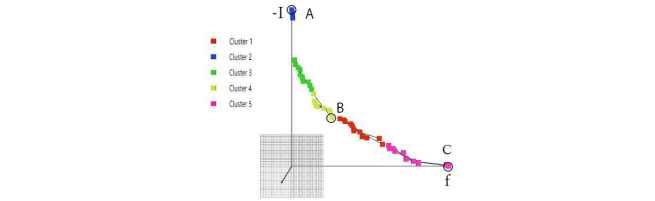


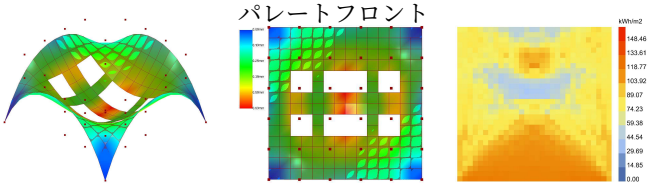
$f=3.31\times10^{-2}$[kN], $I=9.70\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=1004$[m^2]
(b) 解 B の開口部配置，変形図，日射取得分布



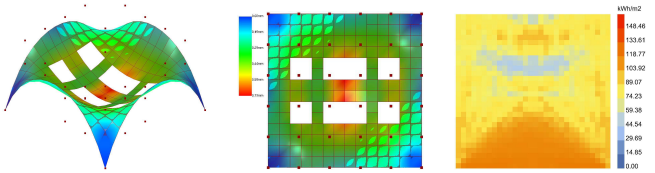
$f=3.84\times10^{-2}$[kN], $I=10.54\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=1010$[m^2]
(c) 解 C の開口部配置，変形図，日射取得分布

図 8　ケース 12AB の多目的最適化結果 ($\bar{n}=16$ とした場合)

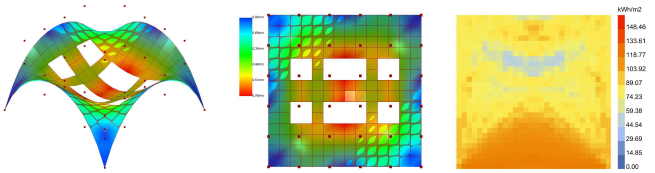




$f=2.89\times10^{-2}$[kN], $I=10.65\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=1015$[m^2]
(a) 解 A の開口部配置，変形図，日射取得分布



$f=3.04\times10^{-2}$[kN], $I=10.86\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=989$[m^2]
(b) 解 B の開口部配置，変形図，日射取得分布



$f=3.48\times10^{-2}$[kN], $I=10.95\times10^{4}$[kWh/m^2], $V=953$[m^2]
(c) 解 C の開口部配置，変形図，日射取得分布

図 9　ケース 12AB の多目的最適化結果 ($\bar{n}=32$ とした場合)

それぞれの最適化結果から，2A ではシェル中央部分に開口部が配置され，シェルの支持点近傍には開口部が配置されなかったことが確認できる．一方で 2B では日射取得量を増加させるためにシェル中央部分よりも日射解析面に近いシェル外周部に開口部が配置されたことが確認できる．2AB における $\bar{n}=4,16,32$ の解 A,B,C は開口部配置にそれぞれ特徴がある．解 A では力学的性能を重視したシェル中央部分での開口部配置，解 C では日射取得量を増加させるためにシェル外周部での開口部配置，解 B ではシェル中央部分とシェル外周部の中間付近に開口部が配置されている．12AB ではシェル中央部分だけでなくシェル外周部での開口部配置も見られた．12AB の解 C では形状最適化を行うことで日射取得量を最大化させるために外周の節点が高く，中心の節点が低くなっていることが確認できる．それと同時に開口部配置を行うことで日射取得量を増加させるためにシェル外周部よりも日射解析面に近いシェル中央部分に開口部が配置されていることが確認できる．

6. まとめ

本研究では，ひずみエネルギーという力学的性能に加えて，日射取得量という環境性能も考慮した最適化を行った．十分な計算時間が確保できる場合には，開口部と形状の同時最適化を行った方が優良解が得られることは言うまでもないが，計算負荷が問題となる場合には，無理に設計変数や目的関数を複数考慮するのではなく，それぞれを単一に考慮した方が，形状や開口部の配置が各物理量に及ぼす影響度合いを独立して設計者が把握でき，優良解も早期に得られやすいため，複雑な最適化問題を扱う際には有効である．

[参考文献]

1) 小南修一郎, 藤田慎之輔. シェル構造の柱配置と形状の同時最適化. コロキウム構造形態の解析と創生 2019, 2019.11.
2) M. Zhu, F. McKenna, and M. Scott. Openseespy: Python library for the opensees finite element framework. *SoftwareX*, Vol. 7, pp. 6–11, 2018.1.
3) M. Pak Mostapha Sadeghipour Roudsari. A parametric environmental plugin for grasshopper to help designers create an environmentally-conscious design. *13th Conference of International Building Performance Simulation Association*, 2013.
4) Showkatbakhsh M. Makki, M. and Y. Song. Wallacei. *Wallacei*, 2018.